



RUTAS DEL APRENDIZAJE

Versión 2015

¿Qué y cómo aprenden nuestros
estudiantes?



Área Curricular

Matemática

1.º y 2.º grados de Educación Primaria



PERÚ

Ministerio
de Educación

MINISTERIO DE EDUCACIÓN

Av. De la Arqueología, cuadra 2 - San Borja
Lima, Perú
Teléfono 615-5800
www.minedu.gob.pe

Versión 2.0

Tiraje: 228 100 ejemplares

Elaboración:

Nelly Gabriela Rodríguez Cabezudo, Giovanna Karito Piscoya Rojas, Lorena Puente de la Vega.
Pedro David Collanqui Díaz, Marisol Zelarayan Aduato. María Isabel Díaz Maguiña, Wendy
Betzabel Monteza Ahumada. SINEACE - Programa de Estándares de Aprendizaje: Gina Patricia Paz
Huamán, Lilian Edelmira Isidro Cámac.

Colaboradores:

Edith Bustamante, Alicia Veiga, Sonia Laquita, Justo Morales, Carlos Ramiro Francisco Febres
Tapiá, Elwin Contreras, Richar Velarde. Bertha Arellano, Víctor Hugo Castro, Tania Hernández,
Flor Menacho, Rosario del Pilar Roldán, Lourdes Castillo. Julia Honor, Rebeca Gómez, Fernando
Escudero, Rodrigo Valera, Andrea Soto.

Edición:

Fernando Carbajal Orihuela.

Corrección de estilo:

Gustavo Pérez Lavado.

Ilustraciones:

Gloria Arredondo Castillo.

Diseño y diagramación:

Susana Philippon Chang.

Fotografías:

Julia Honor, Rebeca Gómez, Yovana García.

Impreso por:

Metrocolor S.A
Av, Los Gorriones 350, Chorrillos
Lima, Perú

© Ministerio de Educación

Todos los derechos reservados. Prohibida la reproducción de este material por cualquier medio,
total o parcialmente, sin permiso expreso de los editores.

Hecho el Depósito Legal en la Biblioteca Nacional del Perú: Nº 2015-01452

Impreso en el Perú / Printed in Peru

En vista de que en nuestra opinión, el lenguaje escrito no ha encontrado aún una manera satisfactoria de nombrar a ambos géneros con una sola palabra, en este fascículo se ha optado por emplear términos en masculino para referirse a ambos géneros.

Índice

Presentación.....	Pág. 5
Introducción	7
1. Fundamentos y definiciones	8
1.1 ¿Por qué aprender matemática?	8
1.2 ¿Para qué aprender matemática?	10
1.3 ¿Cómo aprender matemática?	12
2. Competencias y capacidades	16
2.1 Competencias matemáticas.....	18
1. Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad	18
2. Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio	20
3. Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma, movimiento y localización	22
4. Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de gestión de datos e incertidumbre	24
2.2 Capacidades matemáticas	25
Capacidad 1 : Matematiza situaciones	25
Capacidad 2 : Comunica y representa ideas matemáticas	26
Capacidad 3: Elabora y usa estrategias	28
Capacidad 4: Razona y argumenta generando ideas matemáticas	29
2.3 ¿Cómo se desarrolla las competencias en el III ciclo?	30
2.3.1 Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad	30
2.3.2 Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio	42

2.3.3 Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma, movimiento y localización	50
2.3.4 Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de gestión de datos e incertidumbre	60
3. Orientaciones didácticas	66
3.1 Orientaciones para el desarrollo de la competencia Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad	66
3.1.1 El control de asistencia	66
3.1.2 Comprar y vender en la tiendita	69
3.1.3 Una situación para contar: el cohete	71
3.1.4 Buscamos números en diversos textos	73
3.1.5 ¿Quién llega primero a 100?	76
3.1.6 Estrategias para estimar y comparar	77
3.1.7 ¿Dónde hay más?	79
3.1.8 Estrategias para la resolución de problemas	80
3.1.9 Estrategias de conteo para calcular	92
3.1.10 Estrategias de cálculo mental	93
3.2 Orientaciones para el desarrollo de la competencia Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio	95
3.2.1 Estrategia para generalizar patrones	97
3.2.2 Juegos para construir igualdades	100
3.3 Orientaciones para el desarrollo de la competencia Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma, movimiento y localización.....	102
3.3.1 Construcción de espacios del entorno	102
3.3.2 Experimentación con los poliedros y los bloques lógicos.....	104
3.4 Orientaciones para el desarrollo de la competencia Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de gestión de datos e incertidumbre	107
3.5 El sector de matemática, otra estrategia para motivar el aprendizaje:	110
Referencias bibliográficas	111
Anexos : Mapas de progreso	113

Presentación

Las Rutas del Aprendizaje son orientaciones pedagógicas y didácticas para una enseñanza efectiva de las competencias de cada área curricular. Ponen en manos de nosotros, los docentes, pautas útiles para los tres niveles educativos de la Educación Básica Regular: Inicial, Primaria y Secundaria.

Presentan:

- Los enfoques y fundamentos que permiten entender el sentido y las finalidades de la enseñanza de las competencias, así como el marco teórico desde el cual se están entendiendo.
- Las competencias que deben ser trabajadas a lo largo de toda la escolaridad, y las capacidades en las que se desagregan. Se define qué implica cada una, así como la combinación que se requiere para su desarrollo.
- Los estándares de las competencias, que se han establecido en mapas de progreso.
- Posibles indicadores de desempeño para cada una de las capacidades, por grado o ciclos, de acuerdo con la naturaleza de cada competencia.
- Orientaciones didácticas que facilitan la enseñanza y el aprendizaje de las competencias.

Definiciones básicas que nos permiten entender y trabajar con las Rutas del Aprendizaje:

1. Competencia

Llamamos competencia a la facultad que tiene una persona para actuar conscientemente en la resolución de un problema o el cumplimiento de exigencias complejas, usando flexible y creativamente sus conocimientos y habilidades, información o herramientas, así como sus valores, emociones y actitudes.

La competencia es un aprendizaje complejo, pues implica la transferencia y combinación apropiada de capacidades muy diversas para modificar una circunstancia y lograr un determinado propósito. Es un saber actuar contextualizado y creativo, y su aprendizaje es de carácter longitudinal, dado que se reitera a lo largo de toda la escolaridad. Ello a fin de que pueda irse complejizando de manera progresiva y permita al estudiante alcanzar niveles cada vez más altos de desempeño.

2. Capacidad

Desde el enfoque de competencias, hablamos de «capacidad» en el sentido amplio de «capacidades humanas». Así, las capacidades que pueden integrar una competencia combinan saberes de un campo más delimitado, y su incremento genera nuestro desarrollo competente. Es fundamental ser conscientes de que si

bien las capacidades se pueden enseñar y desplegar de manera aislada, es su combinación (según lo que las circunstancias requieran) lo que permite su desarrollo. Desde esta perspectiva, importa el dominio específico de estas capacidades, pero es indispensable su combinación y utilización pertinente en contextos variados.

3. Estándar nacional

Los estándares nacionales de aprendizaje se establecen en los Mapas de progreso y se definen allí como «metas de aprendizaje» en progresión, para identificar qué se espera lograr respecto de cada competencia por ciclo de escolaridad. Estas descripciones aportan los referentes comunes para monitorear y evaluar aprendizajes a nivel de sistema (evaluaciones externas de carácter nacional) y de aula (evaluaciones formativas y certificadoras del aprendizaje). En un sentido amplio, se denomina estándar a la definición clara de un criterio para reconocer la calidad de aquello que es objeto de medición y pertenece a una misma categoría. En este caso, como señalan los mapas de progreso, se indica el grado de dominio (o nivel de desempeño) que deben exhibir todos los estudiantes peruanos al final de cada ciclo de la Educación Básica con relación a las competencias.

Los estándares de aprendizaje no son instrumentos para homogeneizar a los estudiantes, ya que las competencias a que hacen referencia se proponen como un piso, y no como un techo para la educación escolar en el país. Su única función es medir logros sobre los aprendizajes comunes en el país, que constituyen un derecho de todos.

4. Indicador de desempeño

Llamamos desempeño al grado de desenvolvimiento que un estudiante muestra en relación con un determinado fin. Es decir, tiene que ver con una actuación que logra un objetivo o cumple una tarea en la medida esperada. Un indicador de desempeño es el dato o información específica que sirve para planificar nuestras sesiones de aprendizaje y para valorar en esa actuación el grado de cumplimiento de una determinada expectativa. En el contexto del desarrollo curricular, los indicadores de desempeño son instrumentos de medición de los principales aspectos asociados al cumplimiento de una determinada capacidad. Así, una capacidad puede medirse a través de más de un indicador.

Estas Rutas del Aprendizaje se han ido publicando desde el 2012 y están en revisión y ajuste permanente, a partir de su constante evaluación. Es de esperar, por ello, que en los siguientes años se sigan ajustando en cada una de sus partes. Estaremos muy atentos a tus aportes y sugerencias para ir mejorándolas en las próximas reediciones, de manera que sean más pertinentes y útiles para el logro de los aprendizajes a los que nuestros estudiantes tienen derecho.

Introducción

El presente fascículo es la segunda versión de Rutas del Aprendizaje, mejorada y más completa, fruto del trabajo de investigación y validación en las aulas, del que tú formaste parte con tu opinión y tus sugerencias en los diversos talleres y eventos. Esta nueva versión te proporciona pautas para responder a dos preguntas fundamentales: ¿qué enseñar? y ¿cómo enseñar? El qué enseñar se relaciona con los contenidos y las capacidades, y el cómo enseñar, con la variedad de estrategias y recursos que te permitirán generar aprendizajes significativos en los niños.

Sin duda, la matemática cobra mayor significado y se aprende mejor cuando se aplica directamente a situaciones de la vida real. Nuestros estudiantes sienten mayor satisfacción cuando pueden relacionar cualquier aprendizaje matemático nuevo con algo que saben y con la realidad que los rodea. Esa es una matemática para la vida, donde el aprendizaje se genera en el contexto de las relaciones humanas y sus logros van hacia ellas.

Por otro lado, la sociedad actual requiere de ciudadanos reflexivos, críticos, capaces de asumir responsabilidades en su conducción, y la matemática debe ser un medio para ello, formando estudiantes con autonomía, conscientes de qué aprenden, cómo aprenden y para qué aprenden. En este sentido, es muy importante el rol del docente como agente mediador, orientador y provocador de formas de pensar y reflexionar durante las actividades matemáticas. Conscientes de esta responsabilidad, mediante el presente fascículo te brindamos una herramienta pedagógica orientadora para generar esos aprendizajes. Con tal fin, se adopta un enfoque centrado en la resolución de problemas desde el cual, a partir de una situación problemática, se desarrollan las capacidades matemáticas configurando el desarrollo de la competencia.

En el presente fascículo encontrarás:

Capítulo I: los fundamentos teóricos de por qué y para qué se aprende matemática, asumiendo la resolución de problemas como la centralidad del quehacer matemático.

Capítulo II: los elementos curriculares que permiten generar aprendizajes significativos, así como los estándares de aprendizaje que constituyen los hitos o las metas de aprendizaje a donde deben llegar los estudiantes al culminar el III ciclo.

Capítulo III: las orientaciones didácticas en cada una de las competencias que te guiarán para lograr los aprendizajes significativos en los estudiantes.

Finalmente, es necesario señalar que la intención del presente fascículo no es entregar recetas “aplicables” de manera directa y mecánica, sino proporcionar herramientas pedagógicas que, haciendo las adaptaciones convenientes, puedan servir para generar aprendizajes en los niños y así complementen y refuercen tu labor cotidiana.

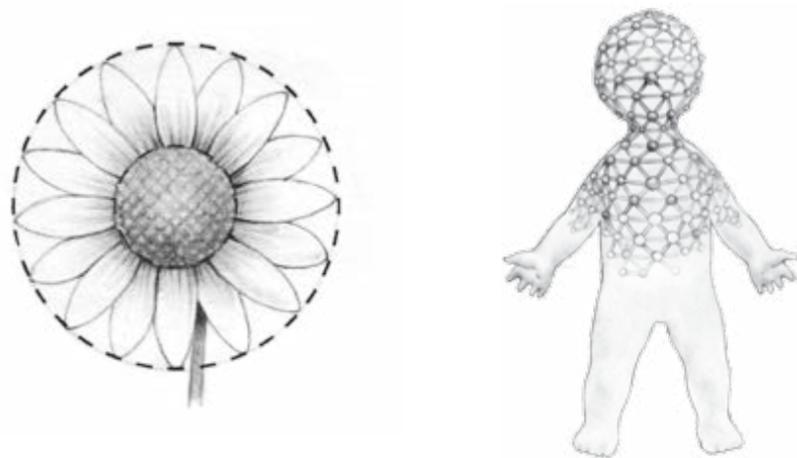
1. Fundamentos y definiciones

1.1 ¿Por qué aprender matemática?

Permite entender el mundo y desenvolvernosen él.

La matemática está presente en diversos espacios de la actividad humana, tales como actividades familiares, sociales, culturales o en la misma naturaleza. También se encuentra en nuestras actividades cotidianas. Por ejemplo, al comprar el pan y pagar una cantidad de dinero por ello, al trasladarnos todos los días al trabajo en determinado tiempo, al medir y controlar la temperatura de algún familiar o allegado, al elaborar el presupuesto familiar o de la comunidad, etc.

Las formas de la naturaleza y las regularidades que se presentan en ella pueden ser comprendidas desde las nociones matemáticas de la geometría y de los patrones. La matemática nos permite entenderlas, representarlas y recrearlas.



Asimismo, el mundo en que vivimos se mueve y cambia rápidamente; por ello, es necesario que nuestra sociedad actual demande una cultura matemática para aproximarse, comprender y asumir un rol transformador en el entorno complejo y global de la realidad. En este sentido, se requiere el desarrollo de habilidades básicas que nos permitan desenvolvernosen la vida cotidiana para relacionarnos con el entorno, con el mundo del trabajo, de la producción y del estudio.

De lo dicho se desprende que la matemática está incorporada en las diversas actividades de las personas, de tal manera que se ha convertido en clave esencial para poder transformar y comprender nuestra cultura y generar espacios que propicien el uso, reconocimiento y valoración de los conocimientos matemáticos propios.

En los pueblos originarios también se reconocen prácticas propias y formas de estructurar la realidad como, por ejemplo, agrupar objetos o animales en grupos de 2 o 3, adoptando un sistema de numeración binario o terciario. Ello nos conduce a la necesidad de desarrollar competencias y capacidades matemáticas asumiendo un rol participativo en diversos ámbitos del mundo moderno, pues se requiere el ejercicio de la ciudadanía con sentido crítico y creativo. La matemática aporta en esta perspectiva cuando es capaz de ayudarnos a cuestionar hechos, datos y situaciones sociales, interpretándolas y explicándolas.



Diseñar y elaborar una cometa es una actividad divertida y mediante la cual se pueden construir conocimientos geométricos y de medida.

Es la base para el progreso de la ciencia y la tecnología, por lo tanto, para el desarrollo de las sociedades.

En la actualidad, las aplicaciones matemáticas ya no representan un patrimonio únicamente apreciable en la física, ingeniería o astronomía, sino que han desencadenado progresos espectaculares en otros campos científicos. Por ejemplo, especialistas médicos leen obras sobre la teoría de la información, los psicólogos estudian tratados de teoría de la probabilidad, etc. Así, existen muchas evidencias para que los más ilustres pensadores y científicos hayan aceptado sin reparos que en los últimos tiempos se ha vivido un intenso periodo de desarrollo matemático.



En este contexto, las ciencias se sirven de la matemática como medio de comunicación, pues hay un lenguaje común que es el lenguaje matemático para todas las civilizaciones por muy diferentes que sean, y este saber está consuetudinario por las ciencias y la matemática. La razón está en que las leyes de la naturaleza son idénticas en todas partes. En este sistema comunicativo-representativo está escrito el desarrollo de las demás ciencias; gracias a él ha habido un desarrollo dinámico y combinado de la ciencia-tecnología que ha cambiado la vida del ciudadano moderno.

Al día de hoy, la necesidad de desarrollar competencias y capacidades matemáticas se ha hecho no solo indispensable, sino apremiante para el ejercicio de cualquier actividad científica en la que tanto ciencias como humanidades han recibido ya visiblemente su tremendo impacto.

Promueve una participación ciudadana que demanda toma de decisiones responsables y conscientes.

La formación de ciudadanos implica desarrollar una actitud problematizadora capaz de cuestionarse ante los hechos, los datos y las situaciones sociales; así como sus interpretaciones y explicaciones por lo que se requiere saber más allá de las cuatro operaciones y exige, en la actualidad, la comprensión de los números en distintos contextos, la interpretación de datos estadísticos, etc. El dominio de la matemática para el ejercicio de la ciudadanía requiere no solo conocer el lenguaje matemático y hechos, conceptos y algoritmos, que le permitirá interpretar algunas situaciones de la realidad relacionadas con la cantidad, forma, cambio o la incertidumbre, sino también procesos más complejos como la matematización de situaciones y la resolución de problemas (Callejo de la Vega, 2000).

En virtud de lo señalado, los niños deben aprender matemática porque:

- Permite comprender el mundo y desenvolvernosc adecuadamente en él.
- Es la base para el progreso de la ciencia y la tecnología; por ende, para el desarrollo de las sociedades.
- Proporciona las herramientas necesarias para desarrollar una práctica ciudadana responsable y consciente.

1.2 ¿Para qué aprender matemática?

La finalidad de la matemática en el currículo es desarrollar formas de actuar y pensar matemáticamente en diversas situaciones, que permitan a los niños interpretar e intervenir en la realidad a partir de la intuición, el planteamiento de supuestos, conjeturas e hipótesis haciendo inferencias, deducciones, argumentaciones y demostraciones; comunicarse y otras habilidades, así como el desarrollo de métodos y actitudes útiles para ordenar, cuantificar y medir hechos y fenómenos de la realidad e intervenir conscientemente sobre ella.

El pensar matemáticamente es un proceso complejo y dinámico que resulta de la interacción de varios factores (cognitivos, socioculturales, afectivos, entre otros), el cual promueve en los niños formas de actuar y construir ideas matemáticas a partir de diversos contextos (Cantoral Uriza, 2000). Por ello, para pensar matemáticamente tenemos que ir más allá de los fundamentos de la matemática y la práctica exclusiva de los matemáticos, y tratar de entender que se trata de aproximarnos a todas las formas posibles de razonar, formular hipótesis, demostrar, construir, organizar, comunicar ideas y resolver problemas matemáticos que provienen de un contexto cotidiano, social, laboral, científico, etc.

En este sentido, se espera que los estudiantes aprendan matemática desde los siguientes propósitos:

- **La matemática es funcional.** Se busca proporcionar las herramientas matemáticas básicas para su desempeño en contexto social, es decir, en la toma de decisiones que orientan su proyecto de vida. Es de destacar aquí la contribución de la matemática a cuestiones tan relevantes como los fenómenos políticos, económicos, ambientales, de infraestructura, transportes o movimientos poblacionales.
- **La matemática es instrumental.** Todas las profesiones requieren una base de conocimientos matemáticos y, en algunas, como en la matemática pura, en la física, en la estadística o en la ingeniería, la matemática es imprescindible.

En la práctica diaria de las ciencias se hace uso de la matemática. Los conceptos con que se formulan las teorías científicas son esencialmente conceptos matemáticos. Por ejemplo, en el campo biológico, muchas de las características heredadas en el nacimiento no se pueden prever de antemano: sexo, color de cabello, peso al nacer, estatura, etc. Sin embargo, la probabilidad permite describir estas características.

- **La matemática es formativa.** El desenvolvimiento de las competencias matemáticas propicia el desarrollo de capacidades, conocimientos, procedimientos y estrategias cognitivas, tanto particulares como generales, que promuevan un pensamiento abierto, creativo, crítico, autónomo y divergente.

Así, la matemática posee valores formativos innegables, tales como:

- Desarrollar en los niños capacidades y actitudes para determinar hechos, establecer relaciones, deducir consecuencias y, en definitiva, potenciar su autonomía, su razonamiento, la capacidad de acción simbólica, el espíritu crítico, la curiosidad, la persistencia, la imaginación, la creatividad, la sistematicidad, etc.
- La utilidad para promover y estimular el diseño, elaboración y apreciación de formas artísticas, a través del material concreto, así como el uso de gráficos y esquemas para elaborar y descubrir patrones y regularidades.

- Estimular el trabajo cooperativo, el ejercicio de la crítica, la participación y colaboración, la discusión y defensa de las propias ideas, y para asumir la toma conjunta de decisiones.
- El desarrollo de capacidades para el trabajo científico, la búsqueda, identificación y resolución de problemas.
- Las situaciones que movilizan este tipo de conocimiento, enriquecen a los niños al sentir satisfacción por el trabajo realizado al hacer uso de sus competencias matemáticas.

1.3 ¿Cómo aprender matemática?

En diversos trabajos de investigación en antropología, psicología social y cognitiva, afirman que los estudiantes alcanzan un aprendizaje con alto nivel de significatividad cuando se vinculan con sus prácticas culturales y sociales.

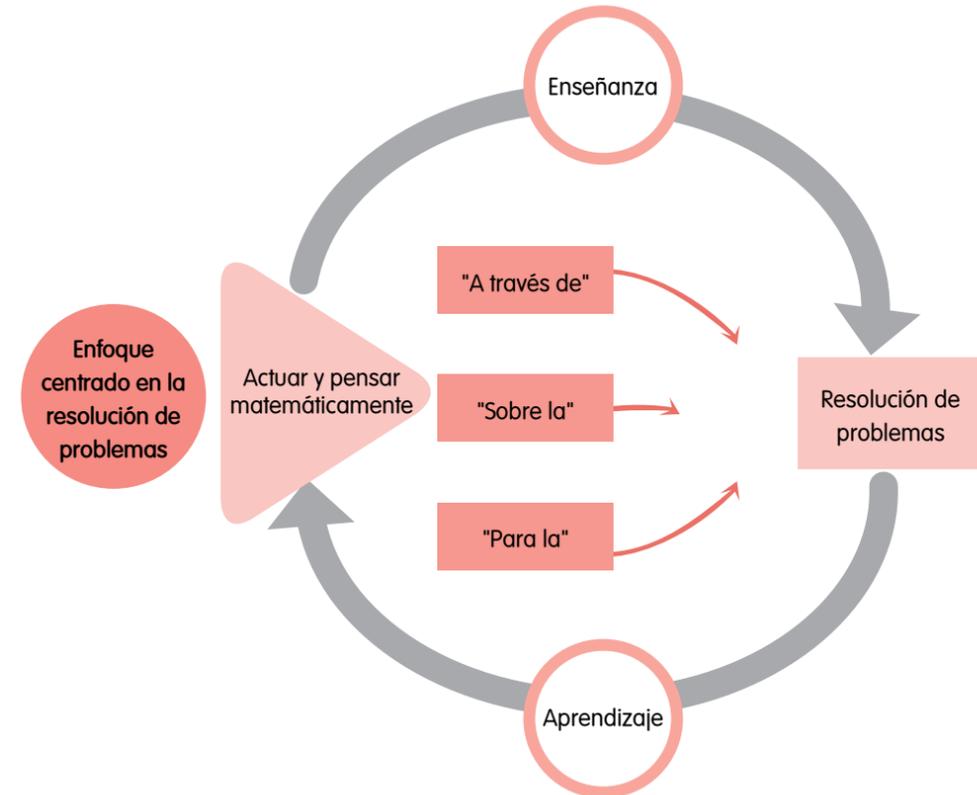
El cambio fundamental es pasar de un aprendizaje, en la mayoría de los casos memorístico de conocimientos matemáticos (como supuestos prerrequisitos para aprender a resolver problemas), a un aprendizaje enfocado en la construcción de conocimientos matemáticos a partir de la resolución de problemas.

Por otro lado, como lo expresó Freudenthal¹, esta visión de la práctica matemática escolar no está motivada solamente por la importancia de su utilidad, sino principalmente por reconocerla como una actividad humana; lo que implica que hacer matemática como proceso es más importante que la matemática como un producto terminado.

En este marco, se asume un enfoque centrado en la resolución de problemas con la intención de promover formas de enseñanza y aprendizaje a partir del planteamiento de problemas en diversos contextos. Como señaló Gaulin (2001), este enfoque adquiere importancia debido a que promueve el desarrollo de aprendizajes "a través de", "sobre" y "para" la resolución de problemas.

- **"A través de" la resolución de problemas** inmediatos y del entorno de los niños, como vehículo para promover el desarrollo de aprendizajes matemáticos, orientados en sentido constructivo y creador de la actividad humana.
- **"Sobre" la resolución de problemas**, que explicita el desarrollo de la comprensión del saber matemático, la planeación, el desarrollo resolutivo estratégico y metacognitivo, es decir, la movilidad de una serie de recursos y de competencias y capacidades matemáticas.
- **"Para" la resolución de problemas**, que involucran enfrentar a los niños de forma constante a nuevas situaciones y problemas. En este sentido, la resolución de problemas es el proceso central de hacer matemática; asimismo, es el medio principal para establecer relaciones de funcionalidad de la matemática con la realidad cotidiana.

¹ La educación matemática realista (EMR) fue fundada por el profesor alemán Hans Freudenthal (1905-1990).



La resolución de problemas como enfoque orienta y da sentido a la educación matemática, en el propósito que se persigue de desarrollar ciudadanos que "actúen y piensen matemáticamente" al resolver problemas en diversos contextos. Asimismo, orienta la metodología en el proceso de la enseñanza y el aprendizaje de la matemática.

El enfoque centrado en la resolución de problemas orienta la actividad matemática en el aula, situando a los niños en diversos contextos para crear, recrear, investigar, plantear y resolver problemas, probar diversos caminos de resolución, analizar estrategias y formas de representación, sistematizar y comunicar nuevos conocimientos, entre otros.



Rasgos esenciales del enfoque

- La resolución de problemas debe plantearse en situaciones de contextos diversos, pues ello moviliza el desarrollo del pensamiento matemático. Los estudiantes desarrollan competencias y se interesan en el conocimiento matemático, si le encuentran significado y lo valoran, y pueden establecer la funcionalidad matemática con situaciones de diversos contextos.
- La resolución de problemas sirve de escenario para desarrollar competencias y capacidades matemáticas.
- La matemática se enseña y se aprende resolviendo problemas. La resolución de problemas sirve de contexto para que los estudiantes construyan nuevos conceptos matemáticos, descubran relaciones entre entidades matemáticas y elaboren procedimientos matemáticos, estableciendo relaciones entre experiencias, conceptos, procedimientos y representaciones matemáticas.
- Los problemas planteados deben responder a los intereses y necesidades de los niños. Es decir, deben presentarse retos y desafíos interesantes que los involucren realmente en la búsqueda de soluciones.
- La resolución de problemas permite a los niños hacer conexiones entre ideas, estrategias y procedimientos matemáticos que le den sentido e interpretación a su actuar en diversas situaciones.

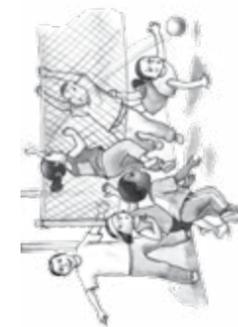
El cambio fundamental, entonces, para enseñar y aprender matemática radica en proponer a los niños, en cada sesión de clase, situaciones o problemas que los obliguen todo el tiempo a actuar y pensar matemáticamente.

Un problema es un desafío, reto o dificultad a resolver y para el cual no se conoce de antemano una solución.

Una situación se describe como un acontecimiento significativo, que le da marco al planteamiento de problemas con cantidades, regularidades, formas, etc. Por ello, permite dar sentido y funcionalidad a las experiencias y conocimientos matemáticos que desarrollan los estudiantes.



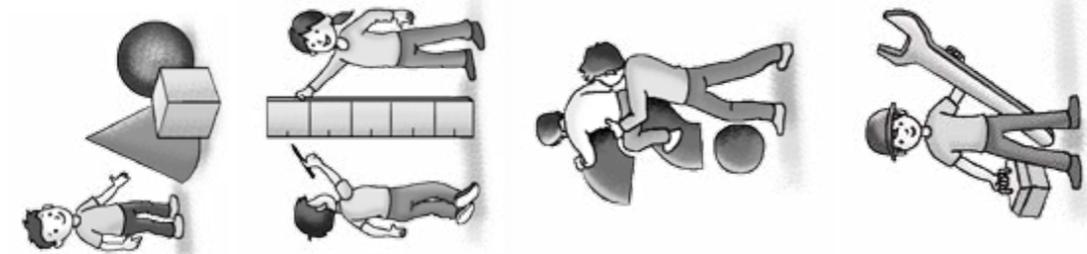
Problemas en diversos contextos



$$\begin{aligned} (5-5) \times 568-65465 \\ 558 \times 8 (5-5) \times \\ 0.254 \end{aligned}$$

MATEMÁTICO

Rasgos esenciales del enfoque



La resolución de problemas debe plantearse en diversos contextos, lo que moviliza el pensamiento matemático.

La resolución de problemas orienta el desarrollo de competencias y capacidades matemáticas.

Sirve de contexto para construir, comprender y establecer relaciones entre experiencias, conceptos, procedimientos y representaciones matemáticas.

La resolución de problemas responde a los intereses y necesidades de los niños.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

El enfoque es el punto de partida para enseñar y aprender matemática

2. Competencias y capacidades

Los niños de hoy necesitan enfrentarse a los diferentes retos que demanda la sociedad, con la finalidad de que se encuentren preparados para superarlos tanto en la actualidad como en el futuro. En este contexto, la educación y las actividades de aprendizaje deben orientarse a que los estudiantes sepan actuar con pertinencia y eficacia en su rol de ciudadanos, lo cual involucra el desarrollo pleno de un conjunto de competencias, capacidades y conocimientos que faciliten la comprensión, construcción y aplicación de una matemática para la vida y el trabajo.

Los niños en la educación básica regular tienen un largo camino por recorrer para desarrollar competencias y capacidades, las cuales se definen como la facultad de toda persona para actuar conscientemente sobre una realidad, sea para resolver un problema o cumplir un objetivo, haciendo uso flexible y creativo de los conocimientos, las habilidades, las destrezas, la información o las herramientas que tengan disponibles y considere pertinentes a la situación (MINEDU, 2014).

Tomando como base esta concepción es que se promueve el desarrollo de aprendizajes en matemática explicitados en cuatro competencias. Estas, a su vez, se describen como el desarrollo de formas de actuar y de pensar matemáticamente en diversas situaciones, donde los niños construyen modelos, usan estrategias y generan procedimientos para la resolución de problemas, apelan a diversas formas de razonamiento y argumentación, realizan representaciones gráficas y se comunican con soporte matemático.

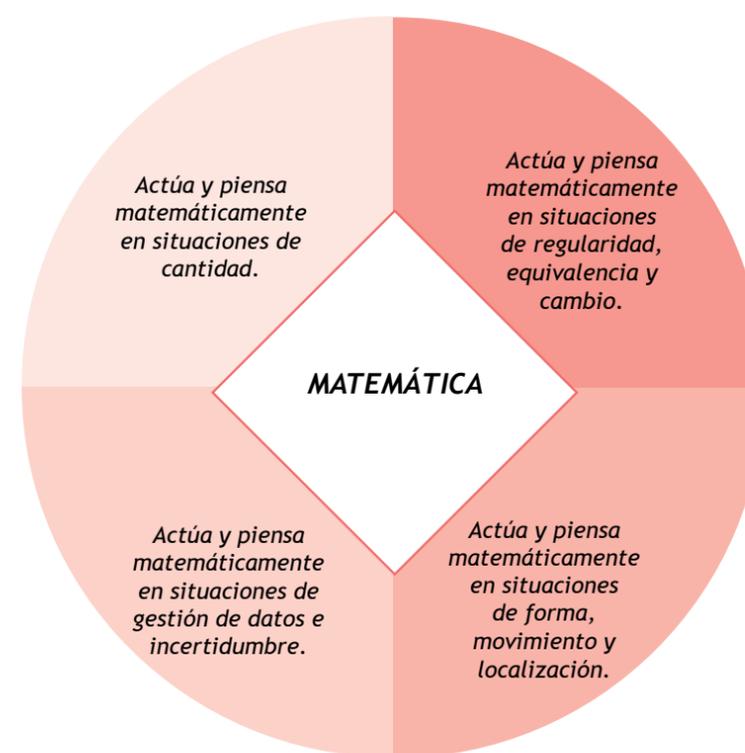
Según Freudenthal (citado por Bressan y otros 2004), la matemática es pensada como una actividad; así, el actuar matemáticamente consistiría en mostrar predilección por:

- Usar el lenguaje matemático para comunicar sus ideas o argumentar sus conclusiones, es decir, para describir elementos concretos, referidos a contextos específicos de la matemática, hasta el uso de variables convencionales y lenguaje funcional.
- Cambiar de perspectiva o punto de vista y reconocer cuándo una variación en este aspecto es incorrecta dentro de una situación o un problema dado.
- Captar cuál es el nivel de precisión adecuado para la resolución de un problema dado.
- Identificar estructuras matemáticas dentro de un contexto (si es que las hay) y abstenerse de usar la matemática cuando esta no es aplicable.
- Tratar la propia actividad matemática como materia prima para la reflexión, con miras a

De otro lado, pensar matemáticamente se define como el conjunto de actividades mentales u operaciones intelectuales que llevan al estudiante a entender y dotar de significado a lo que le rodea, resolver un problema sobre conceptos matemáticos, tomar una decisión o llegar a una conclusión en los que están involucrados procesos como la abstracción, justificación, visualización, estimación, entre otros (Cantoral, 2005; Molina, 2006; Carretero y Ascencio, 2008).

Las competencias propuestas en la Educación Básica Regular se organizan sobre la base de cuatro situaciones. La definición de estas se sostiene en la idea de que la matemática se ha desarrollado como un medio para describir, comprender e interpretar los fenómenos naturales y sociales que han motivado el desarrollo de determinados procedimientos y conceptos matemáticos propios de cada situación (OECD 2012). En este sentido, la mayoría de países ha adoptado una organización curricular basada en estos fenómenos, en la que subyacen numerosas clases de problemas, con procedimientos y conceptos matemáticos propios de cada situación. Por ejemplo, fenómenos como la incertidumbre, que pueden descubrirse en muchas situaciones habituales, necesitan ser abordados con estrategias y herramientas matemáticas relacionadas con la probabilidad. Asimismo, fenómenos o situaciones de equivalencias o cambios necesitan ser abordados desde el álgebra; las situaciones de cantidades se analizan y modelan desde la aritmética o los números; las de formas, desde la geometría.

Por las razones descritas, las competencias se formulan como actuar y pensar matemáticamente a través de situaciones de cantidad; regularidad, equivalencia y cambio; forma, movimiento y localización y gestión de datos e incertidumbre.

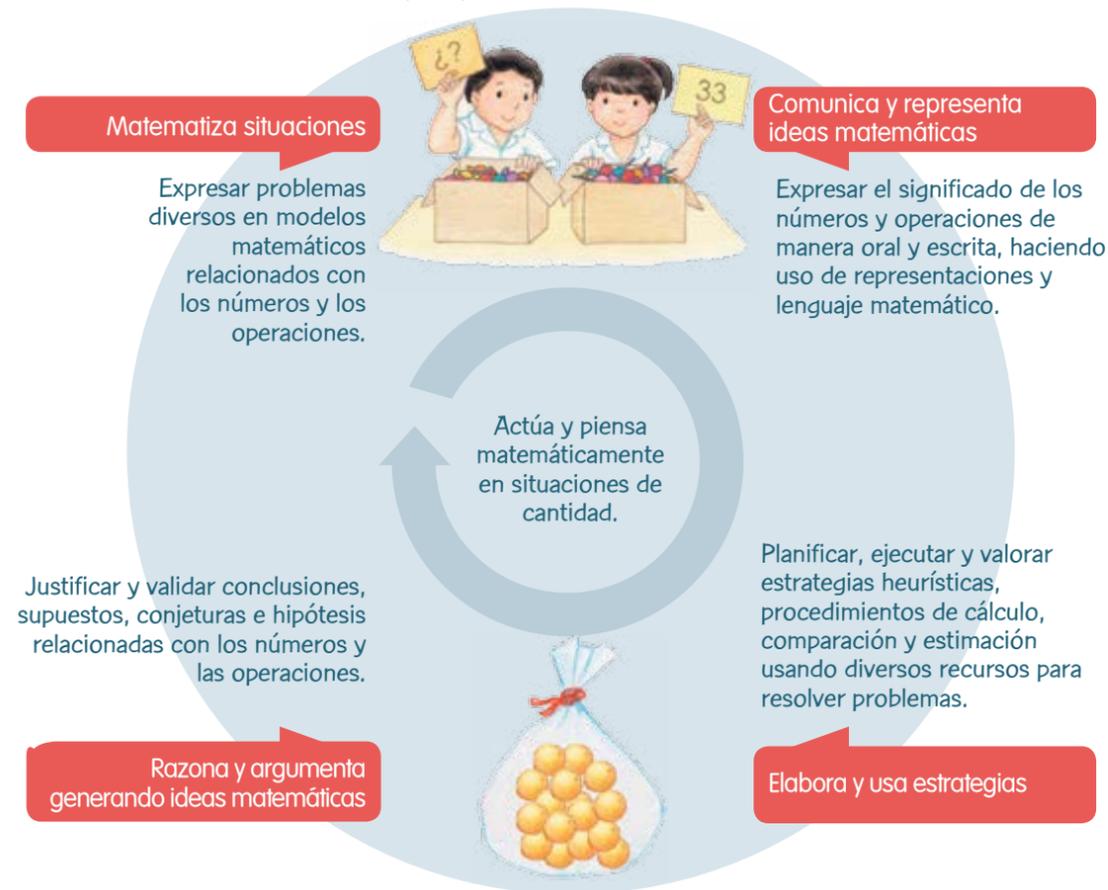


2.1 Competencias matemáticas

1 COMPETENCIA Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad

En la actualidad, la presencia de la información cuantitativa se ha incrementado de forma considerable. Este hecho exige al ciudadano construir modelos de situaciones en las que se manifiesta el sentido numérico y de magnitud, lo cual va de la mano con la comprensión del significado de las operaciones y la aplicación de diversas estrategias de cálculo y estimación.

Actuar y pensar en situaciones de cantidad implica resolver problemas relacionados con cantidades que se pueden contar y medir para desarrollar progresivamente el sentido numérico y de magnitud, la construcción del significado de las operaciones, así como la aplicación de diversas estrategias de cálculo y estimación. Toda esta comprensión se logra a través del despliegue y la interrelación de las capacidades de matematizar situaciones, comunicar y representar ideas matemáticas, elaborar y usar estrategias para resolver problemas o al razonar y argumentar generando ideas matemáticas a través de sus conclusiones y respuestas.

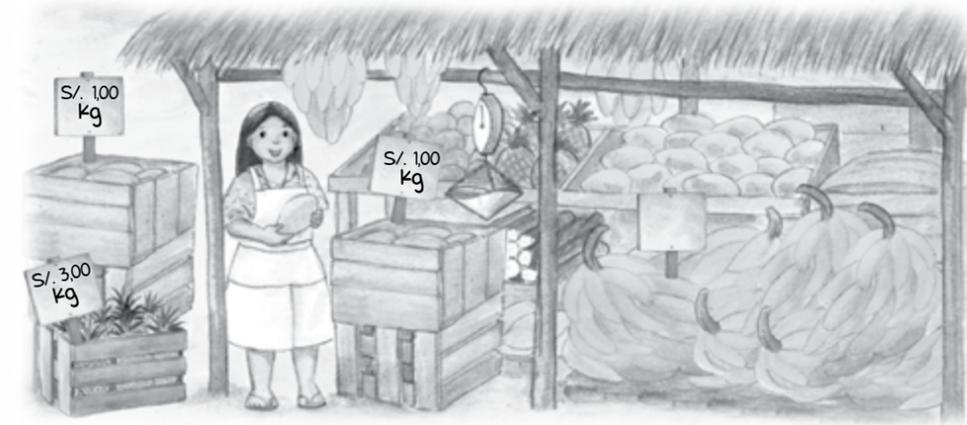


La necesidad de cuantificar y organizar lo que se encuentra en nuestro entorno nos permite reconocer que los números poseen distinta utilidad en diversos contextos.

Treffers (citado por Jan de Lange) hace hincapié en la importancia de la capacidad de manejar números y datos, y de evaluar las problemas y situaciones que implican procesos mentales y de estimación en contextos del mundo real.

Por su parte, The International Life Skills Survey (Policy Research Initiative Statistics Canada, 2000) menciona que es necesario poseer “un conjunto de habilidades, conocimientos, creencias, disposiciones, hábitos de la mente, comunicaciones, capacidades y habilidades para resolver problemas que las personas necesitan para participar eficazmente en situaciones cuantitativas que surgen en la vida y el trabajo”.

Lo dicho anteriormente pone de manifiesto la importancia de promover aprendizajes vinculados con el desarrollo de la aritmética asociada a la idea de cantidad, lo cual



- Conocer los múltiples usos que les damos a los números.
- Representar los números en sus variadas formas.
- Realizar procedimientos como conteo, cálculo y estimación de cantidades.
- Comprender las relaciones y las operaciones.
- Comprender el sistema de numeración decimal.
- Reconocer patrones numéricos.
- Utilizar números para representar atributos medibles de objetos del mundo real.
- Comprender el significado de las operaciones con cantidades y magnitudes.



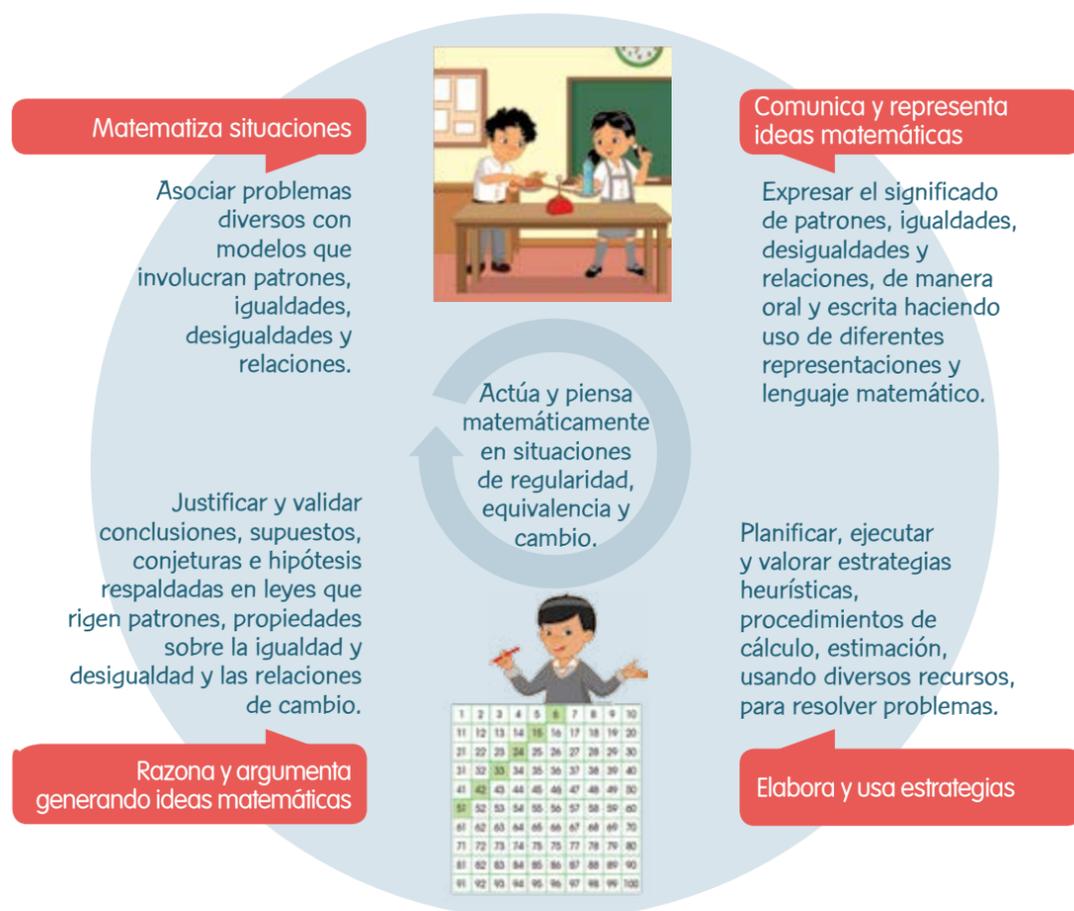
2 COMPETENCIA

Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio

En el entorno se producen múltiples relaciones temporales y permanentes que se presentan en los diversos fenómenos naturales, económicos, demográficos, científicos, entre otros. Estas relaciones influyen en la vida del ciudadano exigiéndole que desarrolle capacidades matemáticas para interpretarlos, describirlos y modelarlos (OCDE, 2012). La interpretación de los fenómenos supone comprender los diferentes tipos de cambio y reconocer cuándo se presentan con el propósito de utilizar modelos matemáticos para describirlos.

Actuar y pensar en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio implica desarrollar progresivamente la interpretación y generalización de patrones, la comprensión y el uso de igualdades y desigualdades, y la comprensión y el uso de relaciones y funciones. Por lo tanto, se requiere presentar el álgebra no solo como una traducción del lenguaje natural al simbólico, sino también usarla como una herramienta de modelación de distintas situaciones de la vida real.

Las cuatro capacidades de esta competencia se definen de la siguiente manera:

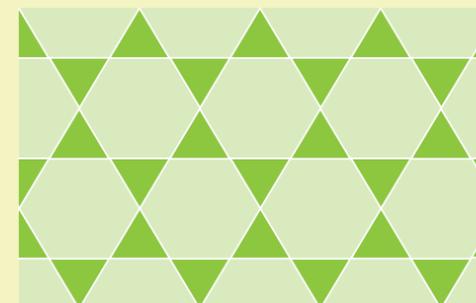


Ana Bressan (2010) menciona que el descubrimiento de las leyes que rigen patrones, y su reconstrucción con base en estas mismas leyes, cumple un papel fundamental para el desarrollo del pensamiento matemático. Ambas actividades están vinculadas estrechamente al proceso de generalización, que forma parte del razonamiento inductivo, entendido tanto como pasar de casos particulares a una propiedad común (conjetura o hipótesis), como transferir propiedades de una situación a otra. Asimismo, el estudio de patrones y la generalización de estos abren las "puertas" para comprender la noción de variable y de fórmula, así como para distinguir las formas de razonamiento inductivo y deductivo, y el valor de la simbolización matemática.



La competencia de Actuar y pensar matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio implica promover aprendizajes relacionados con el álgebra:

- Identificar, interpretar y representar regularidades que se reconocen en diversos contextos, incluidos los matemáticos.
- Comprender que un mismo patrón se puede hallar en situaciones diferentes, ya sean físicas, geométricas, aleatorias, numéricas, etc.
- Generalizar patrones y relaciones usando símbolos, lo que conduce a crear procesos de generalización.
- Interpretar y representar las condiciones de problemas, mediante igualdades o desigualdades.
- Determinar valores desconocidos y establecer equivalencias entre expresiones algebraicas.
- Identificar e interpretar las relaciones entre dos magnitudes.
- Analizar la naturaleza del cambio y modelar situaciones o fenómenos del mundo real mediante funciones, con la finalidad de formular y argumentar predicciones.



3

COMPETENCIA

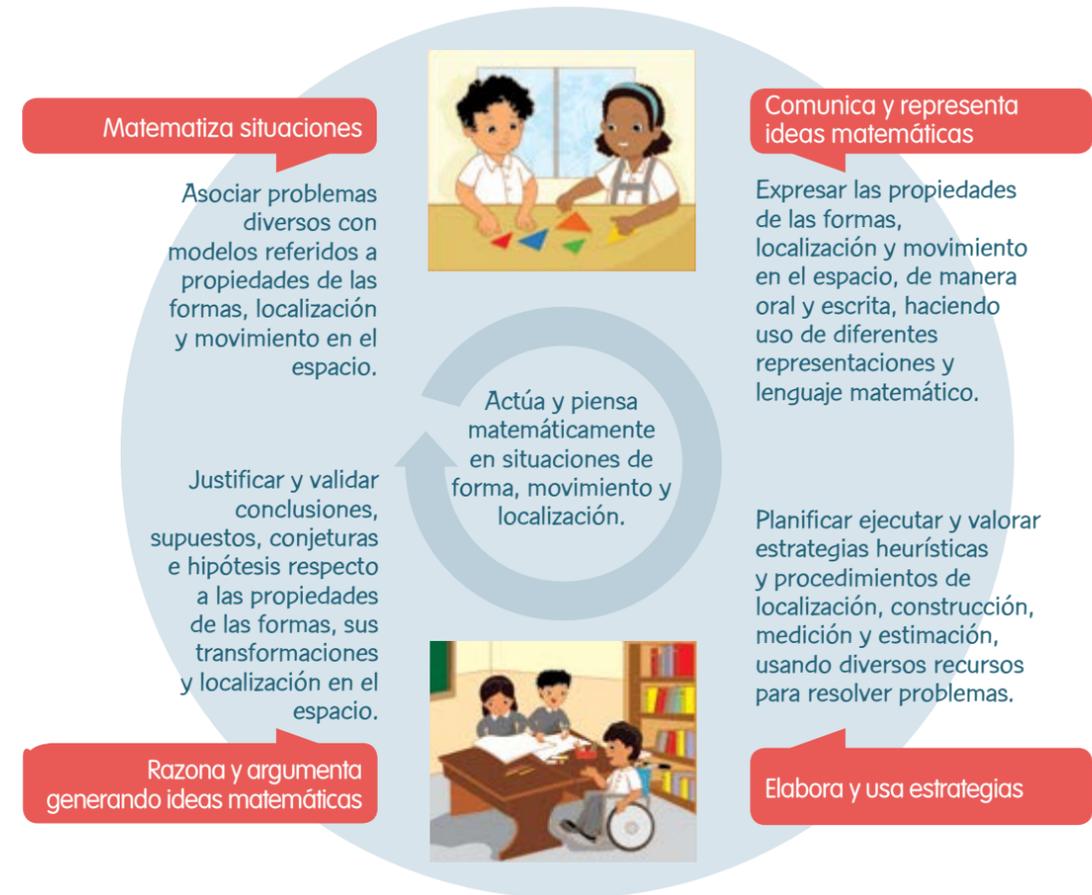
Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma, movimiento y localización



En el mundo en que vivimos la geometría está presente en diversas manifestaciones de la cultura y la naturaleza. En nuestro alrededor podemos encontrar una amplia gama de fenómenos visuales y físicos, las propiedades de los objetos, posiciones y direcciones, representaciones de los objetos, su codificación y decodificación (PISA, 2012). Esto nos muestra la necesidad de tener una percepción espacial, de comunicarnos en el entorno cotidiano haciendo uso de un lenguaje geométrico, así como de realizar medidas y vincularlas con otros aprendizajes matemáticos. En este sentido, aprender geometría proporciona a la persona herramientas y argumentos para comprender el mundo; por ello, la geometría es considerada como la herramienta para el entendimiento y es la parte de las matemáticas más intuitiva, concreta y ligada a la realidad (Cabellos Santos, 2006).

Actuar y pensar en situaciones de forma, movimiento y localización implica desarrollar progresivamente el sentido de la ubicación en el espacio, la interacción con los objetos, la comprensión de propiedades de las formas y cómo se interrelacionan, así como la aplicación de estos conocimientos al resolver diversos problemas. Esto involucra el despliegue de las cuatro capacidades: matematizar situaciones, comunicar y representar ideas matemáticas, elaborar y usar estrategias y razonar y argumentar generando ideas matemáticas.

Estas cuatro capacidades matemáticas se interrelacionan entre sí, para lograr que el estudiante sea capaz de desarrollar una comprensión profunda de las propiedades y relaciones entre las formas geométricas, así como la visualización, la localización y el movimiento en el espacio; todo lo cual permite resolver diversos problemas.



Esta forma de promover aprendizajes relacionados con la geometría involucra lo siguiente:

- Usar relaciones espaciales al interpretar y describir de forma oral y gráfica trayectos y posiciones de objetos y personas, para distintas relaciones y referencias.
- Construir y copiar modelos de formas bidimensionales y tridimensionales, con diferentes formas y materiales.
- Expresar propiedades de figuras y cuerpos según sus características, para que los reconozcan o los dibujen.
- Explorar afirmaciones acerca de características de las figuras y argumentar su validez.
- Estimar, medir y calcular longitudes y superficies usando unidades arbitrarias.



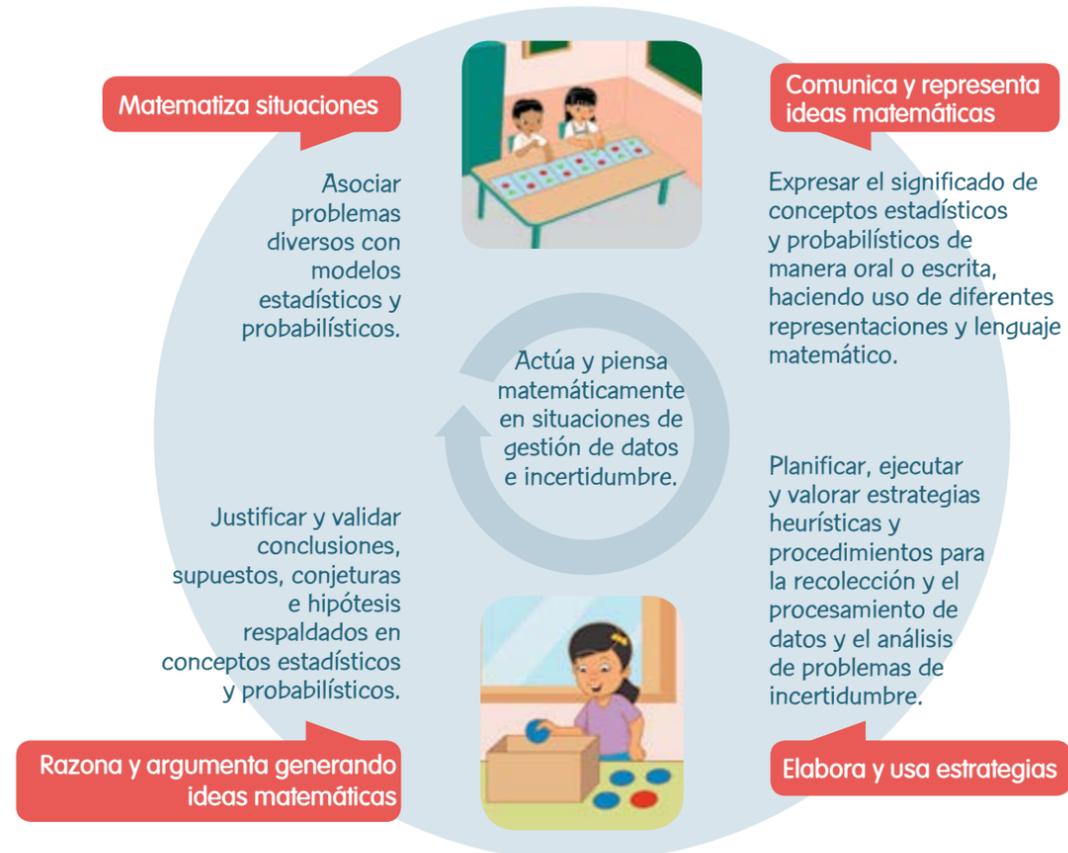
4

COMPETENCIA

Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de gestión de datos e incertidumbre

En la actualidad, nos encontramos en un contexto social cambiante e impredecible, donde la información, el manejo del azar y la incertidumbre juega un papel relevante. En este contexto, la información es presentada de diversas formas; por ejemplo, los resultados de las encuestas se presentan en diagramas y gráficos, motivo por el cual la estadística se convierte en una herramienta para comprender el mundo y actuar sobre él. De otro lado, también se presentan situaciones de azar, impredecibles y de incertidumbre en la que nos sentimos inseguros sobre cuál es la mejor forma de tomar decisiones, es por ello que la probabilidad se presenta como una herramienta matemática para fomentar el pensamiento aleatorio y estas nociones se desarrollarán de forma intuitiva e informal en el nivel primario.

Actuar y pensar en situaciones de gestión de datos e incertidumbre implica desarrollar progresivamente la comprensión sobre la recopilación y el procesamiento de datos, su interpretación y valoración, y el análisis de situaciones de incertidumbre. Esto involucra el despliegue de las capacidades de matematizar situaciones, comunicar y representar ideas matemáticas, elaborar y usar estrategias, razonar y argumentar generando ideas matemáticas.



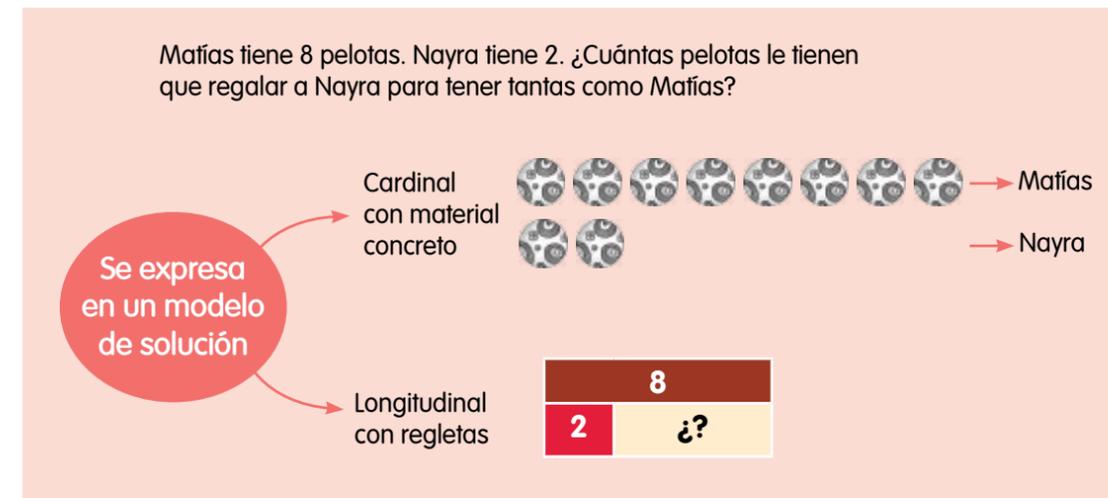
2.2 Capacidades matemáticas

Capacidad 1 Matematiza situaciones

Es la capacidad de expresar en un modelo matemático, un problema reconocido en una situación. En su desarrollo se usa, interpreta y evalúa el modelo matemático, de acuerdo con el problema que le dio origen. Por ello, esta capacidad implica:

- Identificar características, datos, condiciones y variables del problema que permitan construir un sistema de características matemáticas (modelo matemático), de tal forma que reproduzca o imite el comportamiento de la realidad.
- Usar el modelo obtenido estableciendo conexiones con nuevas situaciones en las que puede ser aplicable. Esto permite reconocer el significado y la funcionalidad del modelo en situaciones similares a las estudiadas.
- Contrastar, valorar y verificar la validez del modelo desarrollado,

Por ejemplo, un niño puede expresar un problema en un modelo de solución donde se exprese el cardinal de un conjunto en forma concreta, en forma gráfica con la recta numérica o simbólica a través de una operación.

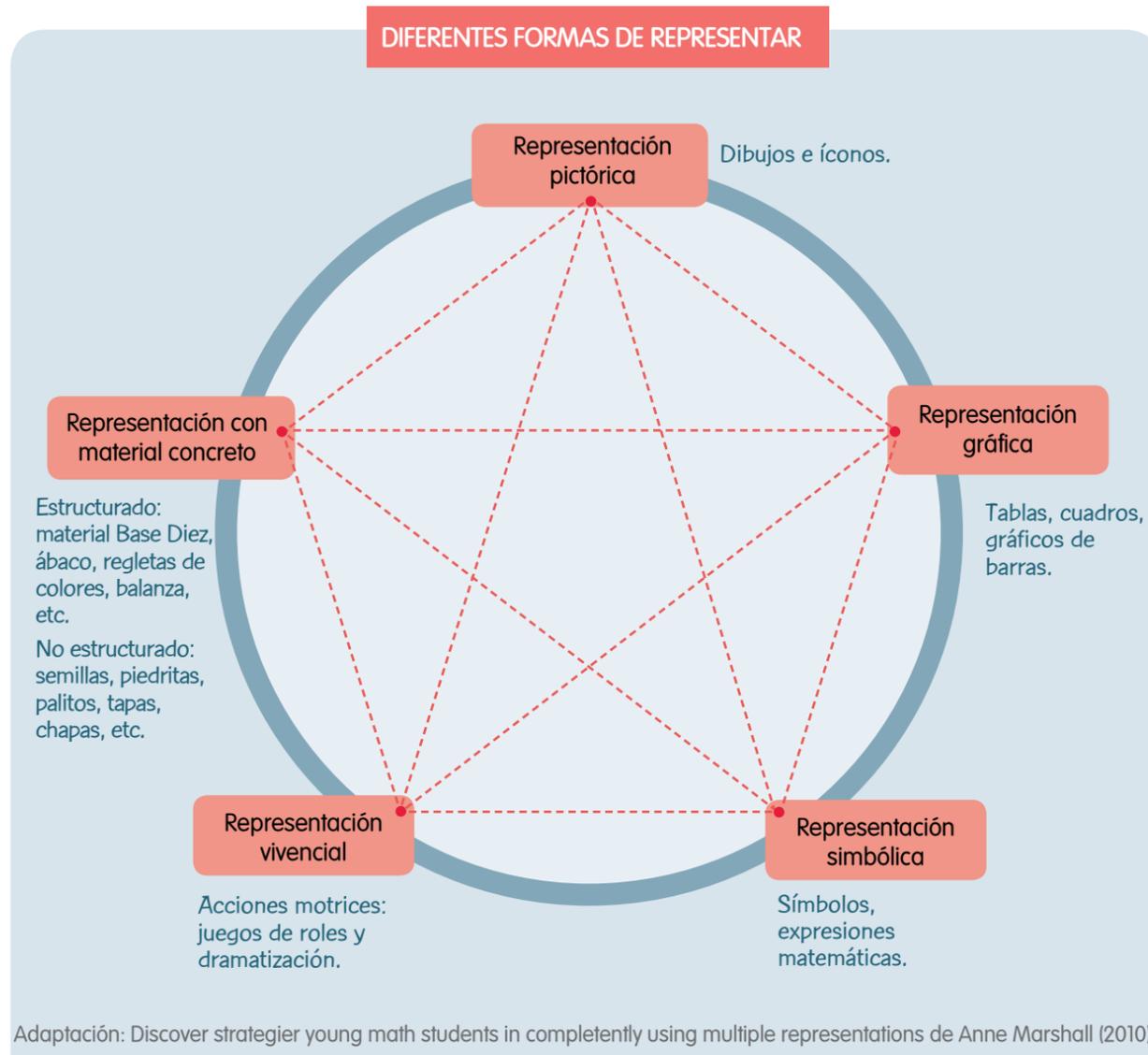


La matematización destaca la relación entre las situaciones reales y la matemática, resaltando la relevancia del modelo matemático, el cual se define como un sistema que representa y reproduce las características de una situación del entorno. Este sistema está formado por elementos que se relacionan y por operaciones que describen cómo interactúan dichos elementos, haciendo más fácil la manipulación o el tratamiento de la situación (Lesh y Doerr, 2003).

Capacidad 2 Comunica y representa ideas matemáticas

Es la capacidad de comprender el significado de las ideas matemáticas y expresarlas de forma oral y escrita¹ usando el lenguaje matemático y diversas formas de representación con material concreto, gráfico, tablas y símbolos, y transitando de una representación a otra.

La comunicación es la forma de expresar y representar información con contenido matemático, así como la manera en que se interpreta (Niss,2002). Las ideas matemáticas adquieren significado cuando se usan diferentes representaciones y se es capaz de transitar de una representación a otra, de tal forma que se comprende la idea matemática y la función que cumple en diferentes situaciones.



¹ Entendemos por representación escrita también lo gráfico y lo visual.

Por ejemplo: un niño puede representar el número 20 de diferentes maneras usando material concreto, gráfico o simbólico.

Con material concreto			
En unidades	En sumandos	En decenas y unidades	Con combinación aditiva
En forma simbólica			
20	10 + 10	1D 10U	8 + 12

En los primeros grados de la educación primaria, el proceso de construcción del conocimiento matemático se vincula estrechamente con el proceso de desarrollo del pensamiento del niño. Este proceso comienza con un reconocimiento a través de su cuerpo interactuando con el entorno, y con la manipulación del material concreto; se va consolidando cuando el niño pasa a un nivel mayor de abstracción, al representar de manera pictórica y gráfica aquellas nociones y relaciones que fue explorando en un primer momento a través del cuerpo y los objetos. La consolidación del conocimiento matemático, es decir, de conceptos, se completa con la representación simbólica (signos y símbolos) de estos y su uso a través del lenguaje matemático, simbólico y formal.

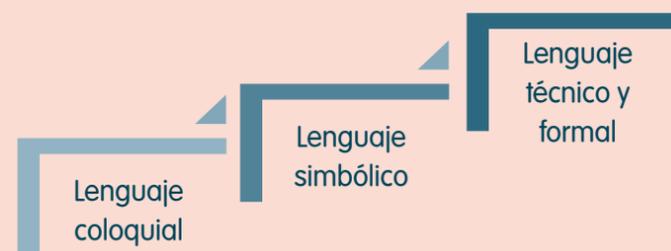
Para la construcción del significado de los conocimientos matemáticos es recomendable que los niños realicen diversas representaciones, partiendo de aquellas que son vivenciales hasta llegar a las gráficas y simbólicas.

Es importante resaltar que en cada nivel de representación se evidencia ya un nivel de abstracción. Es decir, cuando el niño es capaz de transitar de un material concreto a otro, o de un dibujo a otro, va evidenciando que está comprendiendo las nociones y conceptos y los va independizando del tipo de material que está usando. Por ejemplo, representar una cantidad formada por 6 figuritas con chapitas, con los cubitos del material Base Diez o representarla con la regleta verde oscuro de valor 6, implica para el niño ir construyendo progresivamente la noción de cantidad. De igual manera sucede con la representación pictórica, se debe fomentar que cuando el niño realice representaciones pictóricas, pueda transitar entre ellas. Por ejemplo, representar 8 carritos dibujándolos tal cual o que pueda dibujar 8 bolitas u otros íconos para representar a los 8 carritos iniciales.



El manejo y uso de las expresiones y símbolos que constituyen el lenguaje matemático, se va adquiriendo de forma gradual en el mismo proceso de construcción de conocimientos. Conforme el estudiante va experimentando o explorando las nociones y las relaciones, va expresándolas de forma coloquial al principio, para luego pasar al lenguaje simbólico y, finalmente, dar paso a expresiones más técnicas y formales que permitan expresar con precisión las ideas matemáticas y que además responden a una convención.

TRÁNSITO PARA LA ADQUISICIÓN DEL LENGUAJE MATEMÁTICO



Capacidad 3 Elabora y usa estrategias

Es la capacidad de planificar, ejecutar y valorar una secuencia organizada de estrategias y diversos recursos, entre ellos las tecnologías de información y comunicación, empleándolos de manera flexible y eficaz en el planteamiento y la resolución de problemas. Esto implica ser capaz de elaborar un plan de solución, monitorear su ejecución, pudiendo incluso reformular el plan en el mismo proceso con la finalidad de resolver el problema. Asimismo, revisar todo el proceso de resolución, reconociendo si las estrategias y herramientas fueron usadas de manera apropiada y óptima.

Las estrategias se definen como actividades conscientes e intencionales que guían el proceso de resolución de problemas; estas pueden combinar la selección y ejecución tanto de procedimientos matemáticos como de estrategias heurísticas, de manera pertinente y adecuada al problema planteado.

La capacidad **Elabora y usa estrategias** implica que los niños:

- Elaboren y diseñen un plan de solución.
- Seleccionen y apliquen procedimientos y estrategias de diversos tipos (heurísticos, de cálculo mental o escrito).
- Realicen una valoración de las estrategias, procedimientos y los recursos que fueron empleados; es decir, que reflexione sobre su pertinencia y si le fueron útiles.

Tenía 7 figuritas y gané 5 más.



Para saber cuántas tengo, tendré que contar, a partir de 7, ocho, nueve, diez, once y doce. Tengo 12 figuritas.

Capacidad 4 Razona y argumenta generando ideas matemáticas

Es la capacidad de plantear supuestos, conjeturas e hipótesis de implicancia matemática mediante diversas formas de razonamiento, así como de verificarlos y validarlos usando argumentos. Para esto, se debe partir de la exploración de situaciones vinculadas a las matemáticas, a fin de establecer relaciones entre ideas y llegar a conclusiones sobre la base de inferencias y deducciones que permitan generar nuevas ideas matemáticas.

La capacidad **Razona y argumenta generando ideas matemáticas** implica que el estudiante:

- Explique sus argumentos al plantear supuestos, conjeturas e hipótesis.
- Observe los fenómenos y establezca diferentes relaciones matemáticas.
- Elabore conclusiones a partir de sus experiencias.
- Defienda sus argumentos y refute otros, sobre la base de sus conclusiones.



Siempre que sumo dos números menores que cinco, resulta menos que 10. Así 3 y 4 son menores que 5 y sumados dan 7 que es menor que 10.

2.3 ¿Cómo se desarrollan las competencias en el III ciclo?

2.3.1 Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad

Desarrollar esta competencia en el III ciclo implica que los niños matematicen situaciones al identificar datos en problemas de contar, mediante acciones orientadas: a resolver problemas aditivos variados en diferentes contextos; a comunicar y representar sus ideas matemáticas respecto al significado del número y las operaciones empleando lenguaje matemático, a través de expresiones como “anterior”, “posterior”, “mayor que”, “menor que”, etc.; a elaborar y usar diferentes estrategias de conteo y técnicas de cálculo informal y formal con números hasta 20; y a razonar y argumentar explicando cómo agruparon, ordenaron y resolvieron la situación.



MATRIZ: Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad

A continuación, les presentamos una matriz que muestra de manera integrada el estándar de aprendizaje (mapa de progreso), así como los posibles indicadores de desempeño de las capacidades para el desarrollo de la competencia en el ciclo. Los niveles de los mapas de progreso muestran una definición clara y consensuada de las metas de aprendizaje que deben ser logradas por todos los estudiantes al concluir un ciclo determinado. En ese sentido, son un referente para la planificación anual, el monitoreo y la evaluación, pues nos muestran el desempeño global que deben alcanzar nuestros estudiantes en cada una de las competencias. Las matrices de posibles desempeños son un apoyo para nuestra planificación pues nos muestran indicadores que son útiles para diseñar nuestras sesiones de aprendizaje; pueden ser útiles también para diseñar instrumentos de evaluación, pero no nos olvidemos que en un enfoque de competencias, al final, debemos generar instrumentos que permitan evidenciar el desempeño integral de ellas. En resumen, ambos instrumentos nos ayudan tanto a la planificación como a la evaluación, pero uno nos muestra desempeños más acotados (indicadores de desempeños), mientras que el otro nos muestra un desempeño complejo (mapas de progreso).

Hemos colocado el nivel anterior y posterior al ciclo correspondiente para que puedan identificar en qué nivel de desempeño se encuentra cada uno de nuestros estudiantes, y así diseñar actividades adecuadas para cada uno de ellos.

Estándares (Mapa de progreso)		
II ciclo	III ciclo	IV ciclo
<p>Identifica situaciones referidas a agregar o quitar objetos y las asocia con nociones aditivas¹. Expresa con su propio lenguaje sobre agrupar objetos por características perceptuales, ordenar² hasta 5 objetos, ordenar objetos en una fila y señalar hasta el quinto lugar, comparar la duración de eventos cotidianos usando “antes” o “después”, comparar de manera cuantitativa colecciones de objetos usando algunos términos matemáticos o cuantificadores “más que”, “menos que”, “pocos”, “ninguno” y “muchos”. Realiza representaciones haciendo uso de su cuerpo, materiales concretos o dibujos. Propone acciones para experimentar o resolver situaciones de manera vivencial y con apoyo de material concreto; emplea estrategias y procedimientos como agrupar, agregar y quitar objetos hasta 5, contar hasta 10 objetos, y comparar el peso³ de dos objetos, con apoyo de material concreto. Explica el porqué de sus afirmaciones en base a su experiencia.</p>	<p>Identifica datos en situaciones referidas a acciones de juntar, separar, agregar, quitar, igualar o comparar cantidades y los expresa en modelos de solución aditivos⁴, doble y mitad. Expresa los criterios para clasificar objetos en grupos y subgrupos, ordenar números naturales hasta 100, estimar y comparar la duración de eventos, empleando lenguaje cotidiano y algunos términos matemáticos o cuantificadores “todos”, “algunos” y “ninguno”. Realiza representaciones haciendo uso de su cuerpo, materiales concretos, dibujos, tablas de doble entrada y en forma simbólica. Propone y realiza una secuencia de acciones para experimentar o resolver un problema, empleando estrategias heurísticas y procedimientos como estimar, contar y ordenar cantidades hasta 100, medir y comparar la masa de objetos con unidades arbitrarias; con apoyo de material concreto. Comprueba los procedimientos y estrategias usados. Elabora supuestos y explica el porqué de sus afirmaciones, procedimientos o resultados con ejemplos.</p>	<p>Plantea relaciones entre los datos en situaciones que combinan una o más acciones de agregar, combinar, igualar, comparar, repetir o repartir una cantidad, y los expresa con modelos aditivos o multiplicativos con números naturales y fracciones usuales. Relaciona el modelo trabajado con otras situaciones similares. Describe con lenguaje matemático su comprensión sobre reagrupar con criterios distintos, ordenar números naturales hasta millares, medir la masa de objetos en gramos y kilogramos, medir la duración de eventos en horas, medias horas o cuartos de hora, el significado de la noción de división y fracción, problemas aditivos⁵ y multiplicativos⁶; los representa mediante tablas de doble entrada y símbolos. Propone y realiza una secuencia de acciones orientadas a experimentar o resolver un problema empleando estrategias heurísticas, procedimientos de cálculo mental y escrito, conteo, orden con cantidades de hasta cuatro cifras; estimar, medir y comparar la masa de objetos y la duración de eventos empleando unidades convencionales, con apoyo de material concreto. Comprueba sus procedimientos y estrategias. Elabora conjeturas basadas en experiencias o en relaciones matemáticas trabajadas, y las justifica usando ejemplos.</p>

¹ Problemas aritméticos elementales verbales (PAEVI): Cambio 1 y 2.

² Seriación.

³ Coloquialmente se dice peso cuando nos referimos a la masa de un objeto, pero el término formal es “masa”.

⁴ Problemas PAEVI: Cambio 3 y 4, Combinación 2, y comparación e igualación 1 y 2.

⁵ Problemas PAEVI: Cambio 5 y 6, Comparación e igualación 3 y 4.

⁶ Problemas multiplicativos (proporcionalidad simple).

5 años	Primer grado	Segundo grado	Tercer grado
Nociones aditivas <ul style="list-style-type: none"> Identifica cantidades y las acciones de agregar o quitar hasta cinco objetos en diversas situaciones¹ lúdicas y con soporte concreto. 	Problemas aditivos <ul style="list-style-type: none"> Identifica datos en problemas de una etapa² que demandan acciones de juntar, agregar- quitar, avanzar-retroceder e igualar con cantidades de hasta 20 objetos, expresándolos en un modelo de solución aditiva, con soporte concreto o pictórico. Usa un modelo de solución aditiva al crear un relato sobre su contexto. 	Problemas aditivos <ul style="list-style-type: none"> Ordena datos en problemas de una etapa⁵ que demandan acciones de juntar-separar, agregar-quitar, avanzar-retroceder, comparar e igualar, con números de dos cifras, expresándolos en un modelo de solución aditiva con soporte concreto, pictórico o gráfico. Usa un modelo de solución aditiva para crear un relato matemático sobre su contexto. 	Problemas aditivos <ul style="list-style-type: none"> Plantea relaciones entre los datos en problemas de una etapa⁷ expresándolos en modelos de solución aditiva con cantidades de hasta tres cifras. Emplea un modelo de solución aditiva al resolver un problema o crear un relato matemático sobre su contexto.
	<ul style="list-style-type: none"> Identifica datos en problemas de dos etapas³ que combinen acciones de juntar-juntar, avanzar-agregar, avanzar-retroceder, con cantidades de hasta 20 objetos, expresándolos en un modelo de solución aditiva con soporte concreto o pictórico. 	<ul style="list-style-type: none"> Identifica datos en problemas de dos o más etapas⁶ que combinen acciones de juntar-juntar, avanzar-agregar, avanzar-retroceder, con números de hasta dos cifras, expresándolos en un modelo de solución aditiva con soporte concreto o pictórico. 	<ul style="list-style-type: none"> Plantea relaciones entre los datos en problemas⁸ que combinen acciones de agregar y comparar, agregar y combinar, agregar e igualar, expresándolos en un modelo de solución aditiva con cantidades de hasta tres cifras.
	Problemas de doble y mitad <ul style="list-style-type: none"> Identifica cantidades de hasta 10 objetos en problemas⁴ en que se repite dos veces una misma cantidad o se divide en dos partes iguales, expresándolas en un modelo de solución de doble o mitad, con material concreto. 	Problemas de doble y mitad <ul style="list-style-type: none"> Identifica datos de hasta 20 objetos en problemas de repetir dos veces una misma cantidad o repartirla en dos partes iguales, expresándolas en modelos de solución de doble y mitad, con material concreto. 	Problemas multiplicativos <ul style="list-style-type: none"> Organiza datos en problemas⁹ que impliquen acciones de repetir una cantidad en grupos iguales, en filas y columnas, o combinar dos cantidades de hasta 100 objetos, expresándolos en un modelo de solución de multiplicación. Relaciona datos en problemas¹⁰ que impliquen acciones de repartir y agrupar en cantidades exactas y no exactas, quitar reiteradamente una cantidad, combinar dos cantidades de hasta 100 objetos, expresándolos en un modelo de solución de división, con soporte concreto.

5 años	Primer grado	Segundo grado	Tercer grado
			<ul style="list-style-type: none"> Relaciona datos en problemas¹¹ que impliquen acciones de ampliar o reducir una cantidad, expresándolos en un modelo de solución de doble, triple, mitad, tercia, con soporte concreto y gráfico. Relaciona un modelo de solución multiplicativa con problemas de diversos contextos.

¹ (PAEV) Problemas aditivos de cambio 1 y 2 con cantidades de hasta 5 objetos.

² (PAEV) Problemas aditivos de combinación 1, cambio 1 y 2; igualación 1 con cantidades de hasta 20 objetos.

³ (PAEV) Problemas aditivos que combinen acciones: agregar-agregar y avanzar-avanzar (cambio-cambio); juntar-juntar (combinación 1-combinación 1) con cantidades de hasta 20 objetos.

⁴ (PAEV) Problemas de doble y mitad.

⁵ (PAEV) Problemas aditivos de combinación 2; cambio 3 y 4; comparación 1 y 2; igualación 1 y 2 con cantidades de hasta dos cifras.

⁶ Problemas aditivos de dos o más etapas que combinen cambio 1 y cambio 1 (agregar y agregar), combinación 1-combinación 1 (juntar y juntar), cambio 3 y 4 (agregar y quitar), o cambio-cambio-cambio o agregar-agregar-agregar..

⁷ (PAEV) Problemas aditivos de comparación 3 y 4; cambio 3 y 4; igualación 1 y 2 con cantidades de hasta tres cifras.

⁸ Problemas aditivos de dos o más etapas que combinen problemas de cambio-cambio, cambio-comparación, combinación e igualación.

⁹ (PAEV) Problemas multiplicativos de proporcionalidad simple de repetición de una medida. Problemas de combinación-multiplicación o de producto cartesiano. Problema de producto de dos medidas (filas y columnas) que impliquen una organización rectangular.

¹⁰ Problemas multiplicativos de proporcionalidad simple que impliquen repartir, partir, agrupar, una cantidad. Problemas de iteración, por ejemplo: estoy en la posición 27 y doy saltos para atrás de dos en dos. ¿A qué número llego más cercano al 0?

¹¹ (PAEV) Problemas multiplicativos de comparación que requieran ampliar una magnitud de comparación "en más" y problemas que requieran reducir una magnitud o de comparación "en menos".

5 años	Primer grado	Segundo grado	Tercer grado
<p>Número y medida</p> <ul style="list-style-type: none"> • Agrupa objetos con un solo criterio¹ y expresa la acción realizada. • Expresa el criterio para ordenar (seriación) hasta 5 objetos de grande a pequeño, de largo a corto, de grueso a delgado. • Realiza diversas representaciones de agrupaciones de objetos según un criterio con material concreto y gráfico. • Expresa en forma oral los números ordinales² en contextos de la vida cotidiana sobre la posición de objetos y personas considerando un referente hasta el quinto lugar. • Expresa cantidades³ de hasta diez objetos usando su propio lenguaje. • Expresa la comparación de cantidades de objetos mediante las expresiones: "muchos", "pocos", "ninguno", "más que" o "menos que". • Realiza representaciones de cantidades con objetos hasta 10 con material concreto, dibujos. • Expresa el peso de dos objetos al compararlos, usando las palabras: "este pesa más que" o "este pesa menos que". 	<p>Número y medida</p> <ul style="list-style-type: none"> • Expresa las propiedades de los objetos según uno o dos atributos; por ejemplo: es cuadrado o es grande. • Representa las características o agrupación de objetos según el color, la forma o el tamaño, con dibujos, íconos y cuadros simples. • Expresa el orden y la comparación de los objetos según tamaño, grosor, textura, intensidad de color, etc. • Representa la ordenación de objetos (seriación) según el tamaño, grosor o textura con material concreto y gráfico. • Expresa de forma oral o escrita⁴ el uso de los números en contextos de la vida diaria (conteo, orden hasta el décimo lugar, números en los ascensores, etc.). • Describe la comparación y el orden de los números hasta 20, usando las expresiones "mayor que", "menor que" e "igual a", y con apoyo de material concreto. • Elabora representaciones de cantidades de hasta 20 objetos, de forma vivencial, concreta, pictórica, gráfica y simbólica⁵. • Expresa la duración, la comparación del tiempo y la ubicación de fechas en el calendario mediante las expresiones "más rápido que", "lento", "mucho", "poco", "hoy", "mañana" y "ayer". • Expresa la comparación del peso⁶ de los objetos mediante las frases "es más pesado que", "es menos pesado que" y "es tan pesado como". 	<p>Número y medida</p> <ul style="list-style-type: none"> • Expresa las propiedades de los objetos según dos atributos; por ejemplo: es cuadrado y rojo, usando las expresiones "todos", "algunos" y "ninguno". • Representa las características o agrupación de objetos según el color, la forma, el tamaño, el grosor y atributos negativos⁷, con dibujos, íconos, y gráficos⁸. • Expresa de forma oral o escrita el uso de los números en contextos de la vida diaria (conteo, estimación de precios, cálculo de dinero, orden hasta el décimo quinto lugar, etc.). • Describe la comparación y el orden de los números hasta 100 usando las expresiones "mayor que", "menor que" e "igual a", con apoyo de material concreto. • Elabora representaciones de números de hasta dos cifras, de forma vivencial, concreta, pictórica, gráfica y simbólica⁹. • Expresa la estimación o la comparación del tiempo al ubicar fechas en el calendario en: "días", "semanas", horas exactas y otros referentes regionales o locales. • Lee e interpreta el calendario y los relojes en horas exactas. • Expresa la estimación y la comparación del peso de los objetos con unidades de medida arbitrarias de su comunidad; por ejemplo: puñado, montón, etc. 	<p>Número y medida</p> <ul style="list-style-type: none"> • Describe uno o más criterios para formar y reagrupar grupos y subgrupos. • Expresa las propiedades de los objetos según tres atributos; por ejemplo: es cuadrado, rojo y grande. • Representa las características de los objetos según tres atributos en un diagrama de árbol o en tablas de doble entrada con tres atributos. • Expresa en forma oral o escrita el uso de los números en contextos de la vida diaria (medición con distintas unidades, cálculo de tiempo o de dinero, etc.). • Describe la comparación y el orden de números de hasta tres cifras en la recta numérica y en el tablero de valor posicional, con soporte concreto. • Elabora representaciones de números de hasta tres cifras, de forma vivencial, concreta, pictórica, gráfica y simbólica¹⁰. • Describe la estimación o la comparación del tiempo de eventos usando unidades convencionales como años, meses, hora y media hora. • Lee e interpreta el calendario, la agenda y los relojes en horas exactas y media hora. • Describe la medida del peso de objetos expresándola en kilogramos y unidades de medida arbitrarias de su comunidad; por ejemplo: manajo, atado, etc.

5 años	Primer grado	Segundo grado	Tercer grado
<ul style="list-style-type: none"> • Expresa la duración de eventos usando las palabras basadas en acciones "antes", "después", "ayer", "hoy" o "mañana", con apoyo concreto o imágenes de acciones (calendario o tarjetas de secuencias temporales). • Expresa con sus propias palabras lo que comprende del problema. 	<p>Problemas aditivos</p> <ul style="list-style-type: none"> • Elabora representaciones concretas, pictóricas, gráficas y simbólicas⁶ de los significados de la adición y sustracción de un número hasta 20. 	<p>Problemas aditivos</p> <ul style="list-style-type: none"> • Elabora representaciones concretas, pictóricas, gráficas y simbólicas⁶ de los significados de la adición y sustracción de un número hasta 20. 	<p>Problemas multiplicativos</p> <ul style="list-style-type: none"> • Elabora representaciones concretas, pictóricas, gráficas y simbólicas de los significados de la multiplicación y división con resultados hasta 100.
		<p>Problemas de doble y mitad</p> <ul style="list-style-type: none"> • Elabora representaciones concretas, pictóricas, gráficas y simbólicas del doble o la mitad de un número de hasta dos cifras. 	<p>Problemas de doble y mitad</p> <ul style="list-style-type: none"> • Elabora representaciones concretas, pictóricas, gráficas y simbólicas del doble, triple, mitad o tercia de un número de hasta tres cifras.

¹ Criterio perceptual: forma, tamaño, color o grosor.

² Primero, segundo, tercero, cuarto y quinto.

³ A través del conteo de la secuencia numérica verbal.

⁴ Expresa los números a partir de su lengua materna: primero con lenguaje coloquial para luego formalizar con lenguaje matemático.

⁵ Material concreto (chapitas, piedritas, Base Diez, regletas de colores, monedas y billetes), dibujos, gráficos (cinta numérica) o representación simbólica (números, palabras, composición y descomposición aditiva, valor posicional en decenas y unidades).

⁶ Peso y masa son dos conceptos y magnitudes físicas bien diferenciadas, sin embargo en el habla cotidiana- aunque erróneamente- se usa peso como sinónimo de masa ya que en cualquier punto de la tierra la masa y el peso tienen el mismo valor, de ahí que popularmente ambas magnitudes se identifican. De otro lado en el habla cotidiana, no se dice "¿cuánto de masa tienes?" o "¿cuántas masas?", es por ello que en este nivel las diferencias entre masa y peso no sean bien diferenciadas, por lo que no es oportuno diferenciar ambos términos en este nivel.

⁷ No es grande, no es rojo, no es grueso, no es delgado, etc.

⁸ Representación gráfica: diagramas de Venn y tablas simples de doble entrada.

⁹ Material concreto (chapitas, piedritas, Base Diez, abaco, yupana, regletas de colores, monedas y billetes), dibujos, gráficos (cinta numérica, recta numérica) o representación simbólica (números, palabras, composición y descomposición aditiva, valor posicional en decenas y unidades).

¹⁰ Material concreto (chapitas, piedritas, Base Diez, abaco, yupana, monedas y billetes), dibujos, gráficos (recta numérica) o representación simbólica (números, palabras, composición y descomposición aditiva, valor posicional en centenas, decenas y unidades).

5 años	Primer grado	Segundo grado	Tercer grado
<p>Número y medida</p> <ul style="list-style-type: none"> Propone acciones para contar hasta 10, comparar u ordenar con cantidades hasta 5 objetos. Emplea estrategias basadas en el ensayo y error, para resolver problemas para contar hasta 10, comparar u ordenar cantidades hasta 5 con apoyo de material concreto. Emplea procedimientos propios y recursos al resolver problemas que implican comparar el peso de los objetos usando unidades de medida arbitrarias. 	<p>Propone acciones para resolver problemas.</p> <p>Número y medida</p> <ul style="list-style-type: none"> Emplea procedimientos para contar, comparar y ordenar cantidades de hasta 20 objetos. Emplea recursos al resolver problemas que implican medir, estimar y comparar el tiempo y el peso con unidades de medida. 	<p>Número y medida</p> <ul style="list-style-type: none"> Emplea procedimientos para contar, comparar y ordenar cantidades de hasta dos cifras. Emplea procedimientos y recursos al resolver problemas que implican medir, estimar y calcular equivalencias y recursos al resolver problemas sobre la duración del tiempo y el peso de los objetos. 	<p>Propone una secuencia de acciones orientadas a experimentar o resolver un problema.</p> <p>Número y medida</p> <ul style="list-style-type: none"> Emplea procedimientos para contar, estimar, comparar y ordenar con números naturales de hasta tres cifras. Emplea procedimientos para medir, estimar, comparar y calcular equivalencias y recursos al resolver problemas sobre la duración del tiempo y el peso de los objetos.
<p>Nociones aditivas</p> <ul style="list-style-type: none"> Propone acciones para resolver problemas aditivos simples de hasta cinco objetos. Emplea estrategias propias basadas en el ensayo y error, el conteo para resolver situaciones aditivas con apoyo de material concreto. 	<p>Problemas aditivos</p> <ul style="list-style-type: none"> Usa la simulación¹ al resolver problemas aditivos con resultados hasta 20. Emplea procedimientos de cálculo para sumar y restar con resultados hasta 20 y resolver problemas aditivos. 	<p>Problemas aditivos</p> <ul style="list-style-type: none"> Emplea estrategias heurísticas, como la simulación y el ensayo y error o hacer dibujos, al resolver problemas aditivos² de una etapa, de doble y mitad con resultados de dos cifras. Emplea propiedades y estrategias de cálculo para sumar y restar con resultados de hasta dos cifras. 	<p>Problemas aditivos</p> <ul style="list-style-type: none"> Emplea estrategias heurísticas considerando establecer analogías, búsqueda de patrones, entre otros, al resolver un problema aditivo de una o dos etapas con cantidades y magnitudes (tiempo y peso). Emplea propiedades y estrategias de cálculo para sumar y restar con resultados de hasta tres cifras. Emplea estrategias heurísticas como la simulación, ensayo y error o hacer dibujos al resolver problemas multiplicativos. Emplea propiedades y procedimientos de cálculo mental y escrito para multiplicar con resultados hasta 100. Emplea propiedades y procedimientos de cálculo mental y escrito para dividir números con divisores hasta 10 y dividendos hasta 100.
<ul style="list-style-type: none"> Comprueba sus procedimientos y estrategias usando material concreto. 	<ul style="list-style-type: none"> Comprueba sus procedimientos y estrategias usando material concreto. 	<ul style="list-style-type: none"> Comprueba sus procedimientos y estrategias usando material concreto, apoyo pictórico o gráfico. 	<ul style="list-style-type: none"> Comprueba su procedimiento o estrategia y el de sus compañeros y, de ser necesario, lo replantea.

5 años	Primer grado	Segundo grado	Tercer grado
<p>Número</p> <ul style="list-style-type: none"> Explica con su propio lenguaje el criterio que usó para ordenar y agrupar objetos. Explica con su propio lenguaje sus procedimientos y resultados. 	<p>Número</p> <ul style="list-style-type: none"> Explica los criterios usados al agrupar objetos empleando las expresiones "todos", "algunos" y "ninguno". Realiza supuestos a partir de más de una experiencia concreta sobre las relaciones o propiedades entre los números. Explica a través de ejemplos el porqué de sus afirmaciones sobre las diferentes formas de representar el número y sus equivalencias. Explica a través de ejemplos con apoyo concreto gráfico, los significados sobre las operaciones de adición y sustracción y lo que comprende sus propiedades³. Explica sus procedimientos o resultados de forma breve y con apoyo de material concreto. 	<p>Número</p> <ul style="list-style-type: none"> Realiza supuestos basados en la observación de dos o más ejemplos sobre las formas de agrupar objetos según dos criterios. Realiza supuestos a partir de más de una experiencia concreta sobre las relaciones o propiedades entre los números. Explica a través de ejemplos las diferentes formas de representar un número de dos cifras y sus equivalencias en decenas y unidades. Explica a través de ejemplos con apoyo concreto o gráfico, los significados sobre las operaciones de adición y sustracción y lo que comprende sobre sus propiedades⁴. Explica sus procedimientos o resultados con apoyo de material concreto o gráfico. 	<p>Número</p> <ul style="list-style-type: none"> Realiza conjeturas a partir de más de un caso experimentado u observado sobre las relaciones de orden, comparación o propiedades entre los números de tres cifras. Explica a través de ejemplos las diferentes formas de representar un número de tres cifras y sus equivalentes en decenas y unidades. Explica a través de ejemplos con apoyo concreto o gráfico sobre los significados de las operaciones de adición, sustracción, multiplicación o división, y lo que comprende sobre sus propiedades. Explica sus procedimientos o resultados con apoyo concreto o gráfico.

¹ Simulación del problema de forma vivencial con material concreto, a fin de resolverlo.

² (PAEVI) Problemas aditivos de combinación 2: cambio 3 y 4; comparación 1 y 2; igualdad 1.

³ En este nivel no es necesario hacer explícita las propiedades con sus nombres matemáticos, pero sí explicar por ejemplo que $5+0=5$ (elemento neutro) porque no le agregó nada, que $3+2$ y

$2+3$ da el mismo resultado (propiedad conmutativa), $5-3$ es 2 porque $2+3$ es 5 (la sustracción como operación inversa a la adición).

⁴ Explicar sobre el significado de la adición: $2+5=7$ porque si juntamos 2 chapitas con 5 chapitas, hay en total 7 chapitas; en este nivel no es necesario hacer explícita las propiedades con sus nombres matemáticos, pero sí explicar por ejemplo que sumar $12+5+10$ lo puedo hacer agrupando 12 y 5 y luego sumando 10 (propiedad asociativa).

Descripción y ejemplos de algunos indicadores

Capacidad **Matematiza situaciones**

Indicador de primer grado:

Identifica datos en problemas de una etapa¹ que demandan acciones de juntar, agregar-quitar, avanzar-retroceder e igualar con cantidades de hasta 20 objetos, expresándolos en un modelo de

Descripción del indicador

Este indicador implica que el niño reconozca y describa los datos referidos a las cantidades y acciones que se realizan en un problema; establecer las relaciones entre estos datos y expresarlos en términos de un modelo de solución aditivo.

Modelo aditivo: Los modelos pueden ser lineales en la recta numérica, cardinales en diagramas, esquemas donde se expresa la relación parte todo y modelos longitudinales como las regletas de Cuisenaire; también pueden ser modelos funcionales con una operación (Castro y otros, 1995).

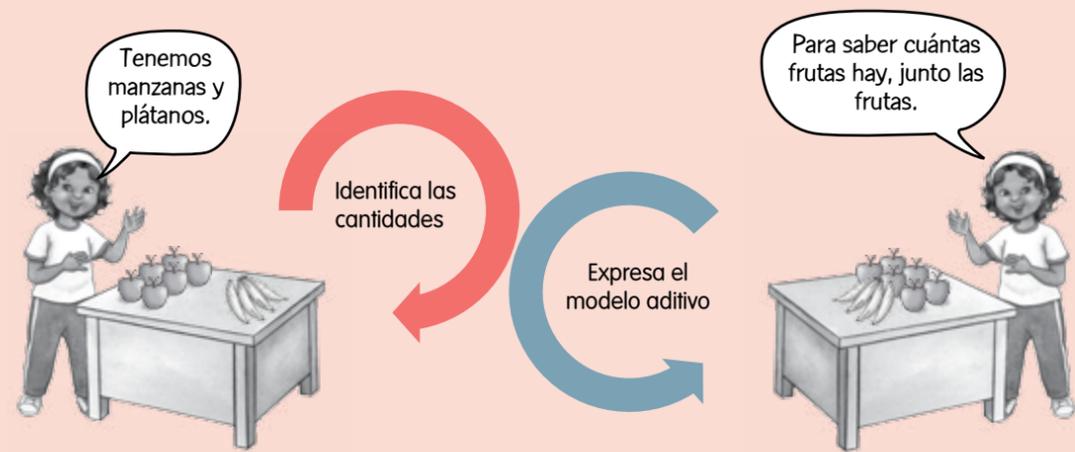
Ejemplo de indicador precisado:

Identifica datos en problemas de una etapa que demandan acciones de juntar con cantidades de hasta 20 objetos, expresándolos en modelos de solución aditivos, con soporte concreto.

En este caso, se ha precisado en la "acción" (juntar) y el tipo de soporte

Ejemplo de problema:

Para preparar la ensalada de frutas, los niños de primer grado han traído 6 manzanas y 4 plátanos. ¿Cuántas frutas han traído?



² (PAEV) Problemas aditivos de combinación 1, cambio 1 y 2; igualación 1 con cantidades de hasta 20 objetos.

Capacidad **Comunica y representa ideas matemáticas**

Indicador de primer grado:

Elabora representaciones de cantidades de hasta 20 objetos, de forma vivencial, concreta, pictórica, gráfica o simbólica.

Descripción del indicador

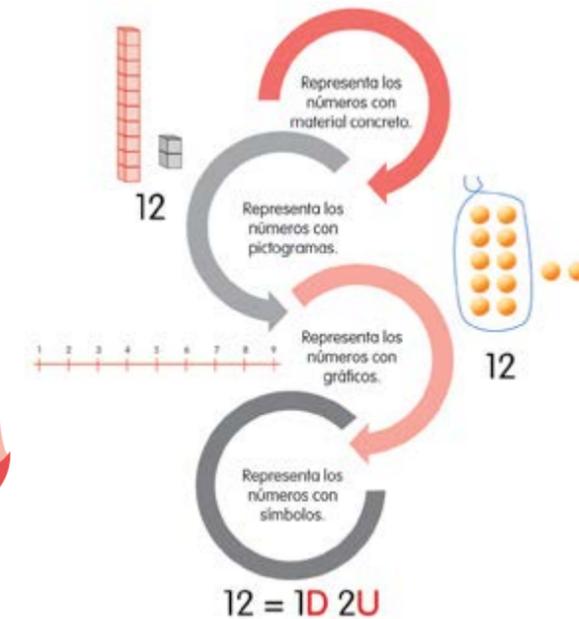
Elaborar representaciones implica que el estudiante exprese de diferentes maneras una cantidad; por ejemplo, de forma vivencial, con sus dedos, al formar grupos para contar, cuántos compañeros asistieron a clase. También es importante que el niño transite de la representación vivencial a una representación concreta usando materiales no estructurados como tapas, piedritas, semillas, etc., o materiales estructurados como el Base Diez o las regletas de colores. Representar en forma pictórica una cantidad implica que los niños realicen sus propios dibujos de lo que observaron. Una representación gráfica está relacionada con la recta numérica y el tablero de valor posicional, y la representación simbólica con el numeral y la descomposición aditiva en sumandos, en decenas y unidades, en forma usual y no usual.

La descomposición aditiva implica expresar un número en términos de sumandos. Se puede realizar de forma usual, por ejemplo:

$$25 = 20 + 5 \text{ o } 2D \ 5U$$

y de forma no usual por ejemplo:

$$25 = 10 + 15 \text{ o } 1D \ 15U.$$



Ejemplo de indicador precisado:

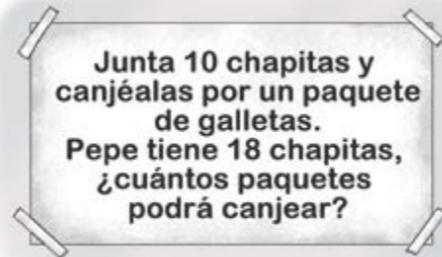
Elabora representaciones de hasta 20 objetos en forma concreta y pictórica. Este indicador se ha precisado en el tipo de representación. También se puede precisar en el contenido y en el campo numérico.

Desarrollar la capacidad **Comunica y representa** implica que el niño exprese de diversas formas lo que comprende del número; esta comprensión se evidencia a través de lenguaje oral o escrito y mediante sus diversas representaciones.

Indicador de segundo grado

Elabora representaciones de números de hasta dos cifras, de forma vivencial, concreta, pictórica, gráfica y simbólica .

Observa el cartel:



En este problema la capacidad de **Comunica y representa** está relacionada con realizar preguntas para asegurar su comprensión.

Para elaborar la representación de los datos y las condiciones del problema, los niños tendrían que expresar la información y las acciones a realizar.

Se proponen las siguientes indicaciones:

- Expresa el problema con tus propias palabras.
- ¿Qué te pide el problema?
- ¿Qué significa canjear?
- ¿10 unidades del material de Base Diez, pueden ser canjeadas por una sola pieza?, ¿por cuál?

El lenguaje en este caso es un medio potente para desarrollar el pensamiento y

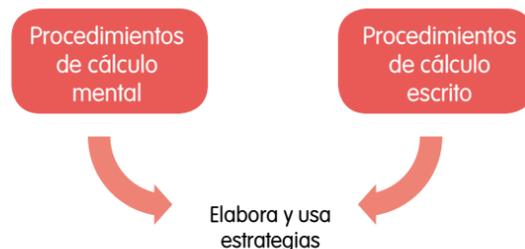
Capacidad **Elabora y usa estrategias**

Indicador de primer grado:

Emplea procedimientos de cálculo para sumar y restar con resultados hasta 20 al resolver problemas aditivos.

Descripción del indicador

Emplear procedimientos implica que el niño use diversas técnicas para sumar o restar cantidades al resolver problemas aditivos. Estas técnicas pueden ser de cálculo mental o escritas.



Para sumar, el niño ha usado la estrategia de contar hacia adelante o sobreconteo.

Para restar la niña ha usado la estrategia de contar hacia atrás o descontar. También, pueden usar otras estrategias como "pasando por la decena" o "completando a 10".

a. $7 + 5 =$
 $7 + 3 + 2 =$
 $10 + 2 = 12$

b. $15 - 7 =$
 $15 - 5 - 2 =$
 $10 - 2 = 8$

Ejemplo de indicadores precisados:

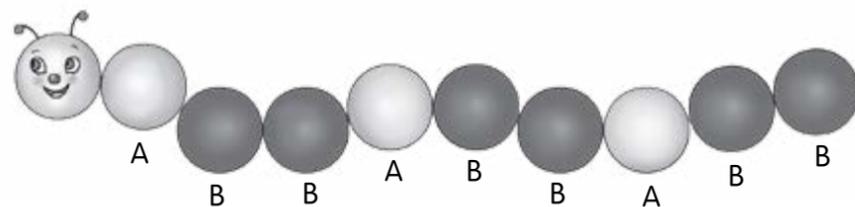
- Emplea procedimientos de cálculo mental para sumar con resultados hasta 20 al resolver problemas aditivos de combinación 1.
- Emplea procedimientos de cálculo escrito para restar con resultados hasta 20 al resolver problemas de cambio 2.

2.3.2 Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio

El desarrollo de esta competencia se inicia en los primeros grados, con el estudio de las regularidades o los patrones. Entendemos por regularidades a los elementos que se repiten para construir una secuencia o un patrón. Estos patrones pueden estar relacionados con su vida cotidiana: en las canciones que oyen, en sus rutinas diarias, en las formas geométricas, objetos, sonidos, números, etc. La unidad que se repite con regularidad constituye el núcleo o la regla de formación.

Las tareas que pueden realizar los estudiantes son las siguientes: analizar la manera en que cambian, aumentan o disminuyen los elementos en una secuencia de figuras, números o letras; hacer conjeturas sobre el término que sigue en la secuencia o el patrón; expresar los términos usando diferentes representaciones; y reproducir un patrón a partir de conocer la regla de formación o la unidad o el núcleo que se repite.

En este patrón o secuencia el núcleo que se repite es ABB.



Por otro lado, las situaciones de cambio se pueden iniciar desde el III ciclo de primaria a través del análisis de los fenómenos de variación como, por ejemplo, el crecimiento de una planta o de la temperatura durante el día, y estos datos pueden ser representados en gráficos y tablas.

La noción de igualdad también se desarrolla desde el primer grado, y se espera que los niños perciban el signo igual como un símbolo que implica relaciones de equivalencia



MATRIZ: Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio

A continuación les presentamos una matriz que muestra de manera integrada el estándar de aprendizaje (mapa de progreso), así como los posibles indicadores de desempeño de las capacidades para el desarrollo de la competencia en el ciclo. Los niveles de los mapas de progreso muestran una definición clara y consensuada de las metas de aprendizaje que deben ser logradas por todos los estudiantes al concluir un ciclo o período determinado. En ese sentido, son un referente para la planificación anual, el monitoreo y la evaluación, pues nos muestran el desempeño global que deben alcanzar nuestros estudiantes en cada una de las competencias. Las matrices de posibles desempeños son un apoyo para nuestra planificación pues nos muestran indicadores que son útiles para diseñar nuestras sesiones de aprendizaje; pueden ser útiles también para diseñar instrumentos de evaluación, pero no nos olvidemos que en un enfoque de competencias, al final, debemos generar instrumentos que permitan evidenciar el desempeño integral de ellas. En resumen, ambos instrumentos nos ayudan tanto a la planificación como a la evaluación, pero uno nos muestra desempeños más acotados (indicadores de desempeños), mientras que el otro nos muestra un desempeño completo (mapas de progreso).

Hemos colocado el nivel anterior y posterior al ciclo correspondiente para que puedan identificar en qué nivel de desempeño se encuentra cada uno de nuestros estudiantes, y así diseñar actividades adecuadas para cada uno de ellos.

Estándares (Mapa de progreso)	
II ciclo	III ciclo
<p>Reconoce patrones de repetición¹ en secuencias sonoras, de movimientos o perceptuales. Expresa con su propio lenguaje patrones y relaciones entre objetos de dos colecciones. Realiza representaciones haciendo uso de su cuerpo, materiales concretos o dibujos. Propone y realiza acciones para experimentar o resolver una situación de manera vivencial y con material concreto, emplea estrategias y procedimientos propios para ampliar, completar o crear patrones con apoyo de material concreto. Explica el porqué de sus afirmaciones en base a su experiencia.</p>	<p>Identifica datos en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio, y los expresa con patrones de repetición² y patrones aditivos, igualdades que contienen adiciones y sustracciones. Describe patrones, equivalencias y relaciones empleando lenguaje cotidiano y algunos términos matemáticos. Realiza representaciones haciendo uso de su cuerpo, materiales concretos, dibujos, tablas simples y símbolos. Propone y realiza una secuencia de acciones para experimentar o resolver un problema, empleando estrategias heurísticas y procedimientos para ampliar, completar o crear patrones, encontrar equivalencias agregando o quitando cantidades³ o para hallar un valor desconocido, con apoyo de material concreto. Comprueba sus procedimientos o resultados. Elabora supuestos basados en lo observado en experiencias concretas y los explica usando ejemplos similares.</p>
IV ciclo	<p>Plantea relaciones entre los datos en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio; y las expresa con patrones de repetición⁴ o patrones multiplicativos, igualdades con multiplicaciones y relaciones de cambio entre dos magnitudes. Relaciona el modelo trabajado con otras situaciones similares. Describe con lenguaje matemático su comprensión sobre patrones, equivalencias y cambio. Elabora y emplea tablas simples, gráficos y símbolos. Propone y realiza una secuencia de acciones orientadas a experimentar o resolver un problema empleando estrategias heurísticas, procedimientos para ampliar, completar o crear patrones, encontrar equivalencias con expresiones multiplicativas o hallar el valor desconocido en una igualdad multiplicando o dividiendo, establecer equivalencias entre unidades de medida de una misma magnitud, con apoyo de material concreto. Comprueba sus procedimientos y estrategias. Elabora conjeturas basadas en experiencias o en relaciones matemáticas y las justifica usando ejemplos.</p>

¹ Patrones de repetición con un criterio perceptual (color, forma, tamaño, grosor).

² Patrones de repetición con dos criterios perceptuales.

³ Equivalencias con igualdades que involucran adiciones y sustracciones con cantidades hasta 20.

⁴ Patrones de repetición que combinan criterios perceptuales y de posición.

5 años	Primer grado	Segundo grado	Tercer grado
<p>Patrones de repetición</p> <ul style="list-style-type: none"> Reconoce los datos o elementos (hasta tres) que se repiten en una situación de regularidad¹ y los expresa en un patrón de repetición. Propone hasta tres elementos que se repiten para ampliar, completar o crear patrones de repetición. 	<p>Patrones de repetición</p> <ul style="list-style-type: none"> Identifica elementos que se repiten en problemas de regularidad² y lo expresa en un patrón de repetición con un criterio³. Propone patrones de repetición con un criterio. <p>Patrones aditivos</p> <ul style="list-style-type: none"> Identifica datos de una situación de regularidad numérica⁴, expresándolos en un patrón aditivo con números hasta 20, de uno en uno y de dos en dos. 	<p>Patrones de repetición</p> <ul style="list-style-type: none"> Identifica elementos que se repiten en problemas de regularidad⁶ y lo expresa en un patrón de repetición con dos criterios⁷. Propone patrones de repetición cuya regla de formación contiene dos criterios. <p>Patrones aditivos</p> <ul style="list-style-type: none"> Identifica datos en problemas de regularidad numérica, expresándolos en un patrón aditivo con números de hasta dos cifras en forma creciente o decreciente. Propone patrones aditivos con números hasta dos cifras, con apoyo de material concreto o gráfico. 	<p>Patrones de repetición</p> <ul style="list-style-type: none"> Plantea relaciones entre los elementos de problemas de regularidad⁸, y lo expresa en un patrón de repetición gráfico, con criterio de simetría. Propone patrones de repetición gráficos. <p>Patrones aditivos</p> <ul style="list-style-type: none"> Identifica la regla de formación de los datos en problemas de regularidad, expresándolos en un patrón aditivo con números de hasta tres cifras. Propone patrones aditivos con números de hasta tres cifras en contextos diversos.
	<p>Igualdades</p> <ul style="list-style-type: none"> Identifica datos y relaciones en problemas de equivalencia o equilibrio⁵ expresándolas en una igualdad con adiciones y material concreto. 	<p>Igualdades</p> <ul style="list-style-type: none"> Identifica datos y relaciones en problemas de equivalencia o equilibrio, expresándolos en una igualdad (con adición y sustracción con números hasta 20) con material concreto. 	<p>Igualdades</p> <ul style="list-style-type: none"> Identifica datos y relaciones en problemas de equivalencia o equilibrio, expresándolos en una igualdad con adición y sustracción <p>Relaciones de cambio</p> <ul style="list-style-type: none"> Identifica los datos y relaciones a partir de una situación experimental de variación de una magnitud con respecto al tiempo⁹, y los relaciona en tablas simples.

MATEMATIZA SITUACIONES

¹ Situaciones con: sonidos, posiciones corporales, material concreto y pictórico.

² Situaciones con canciones, sonidos, movimientos corporales, ritmos, gráficos, dibujos o material concreto.

³ Patrones cuya regla de formación tenga elementos que se diferencien en un criterio, por ejemplo: botón rojo, botón azul, botón rojo, botón azul (la diferencia está en el color).

⁴ La regularidad numérica puede estar presente en los calendarios, tablero 100, numeración de las calles, en el la terminación de los números en la secuencia oral o escrita, por ejemplo: dieciséis, dieciocho, diecinueve (comienzan con diez).

⁵ Problemas de equivalencia que expresen una igualdad con regletas de colores. Problemas de equilibrio con balanzas de platillos. Problemas gráficos o numéricos (igualdades) con datos conocidos y desconocidos.

⁶ Situaciones con gráficos, dibujos o material concreto.

⁷ Patrones cuya regla de formación tenga elementos que se diferencien en dos criterios, por ejemplo: botón grande rojo, botón pequeño azul, botón grande rojo, botón pequeño azul (la diferencia está en el tamaño y color).

⁸ Situaciones creadas con guardillas, lasetas, frisos, gráficos, dibujos y material concreto.

⁹ Por ejemplo: el crecimiento de una planta (longitud) en un mes (tiempo).

COMUNICA Y REPRESENTA IDEAS MATEMÁTICAS

5 años	Primer grado	Segundo grado	Tercer grado
<p>Patrones de repetición</p> <ul style="list-style-type: none"> Expresa con su propio lenguaje cuáles son los tres elementos que se repiten en un patrón de repetición. Representa un patrón de repetición (hasta tres elementos) con su cuerpo, con material concreto o dibujos. 	<p>Patrones de repetición</p> <ul style="list-style-type: none"> Describe con lenguaje cotidiano la regla de formación de un patrón de repetición y un patrón aditivo. Realiza representaciones de patrones de repetición en forma vivencial, concreta, pictórica, gráfica y simbólica. 	<p>Patrones de repetición</p> <ul style="list-style-type: none"> Describe con lenguaje cotidiano o matemático los criterios que cambian en los elementos de patrón de repetición. 	<p>Patrones de repetición</p> <ul style="list-style-type: none"> Utiliza lenguaje matemático para expresar el criterio geométrico (simetría) que interviene en la formación del patrón de repetición.
	<ul style="list-style-type: none"> Realiza representaciones de patrones aditivos hasta 20, en forma concreta, pictórica, gráfica o simbólica. 	<ul style="list-style-type: none"> Expresa un mismo patrón de repetición y un mismo patrón aditivos a través de dos o más representaciones con material concreto, pictórico o gráfico o simbólico (códigos, letras). 	
	<p>Igualdades</p> <ul style="list-style-type: none"> Expresa en forma oral o gráfica, a través de ejemplos, lo que comprende sobre el significado de la equivalencia o igualdad con cantidades. Representa una igualdad, en forma concreta (regletas, balanzas, monedas, etc.), gráfica y simbólica (con expresiones de adición y sustracción y el signo igual). 	<p>Igualdades</p> <ul style="list-style-type: none"> Expresa en forma oral o gráfica lo que comprende sobre el significado del equilibrio y la equivalencia. Representa una igualdad, en forma concreta (regletas, balanzas, monedas, etc.), gráfica y simbólica (con expresiones de adición y sustracción y el signo igual). 	<p>Igualdades</p> <ul style="list-style-type: none"> Representa una igualdad con valores conocidos o desconocidos con objetos, de forma concreta (regletas, balanzas, monedas, etc.), gráfica y simbólica (con expresiones aditivas y el signo igual).
<p>Relaciones</p> <ul style="list-style-type: none"> Expresa las relaciones de utilidad entre objetos de dos colecciones con soporte concreto y gráfico. 	<p>Relaciones</p> <ul style="list-style-type: none"> Describe las relaciones de pertenencia, parentesco y numéricas entre objetos de dos colecciones, con apoyo concreto y gráfico. 	<p>Relaciones de cambio</p> <ul style="list-style-type: none"> Describe relaciones numéricas entre elementos de dos colecciones, con soporte concreto y gráfico. 	<p>Relaciones de cambio</p> <ul style="list-style-type: none"> Describe la relación de cambio entre una magnitud y el tiempo.

¹ Relaciones de doble y mitad, uno más y uno menos, relaciones de comparación.

5 años	Primer grado	Segundo grado	Tercer grado
Patrones de repetición <ul style="list-style-type: none"> Emplea estrategias propias basadas en el ensayo y error para continuar o crear patrones de repetición de hasta 2 elementos con su cuerpo, con material concreto y dibujos. 	<ul style="list-style-type: none"> Propone acciones para resolver problemas. Patrones de repetición <ul style="list-style-type: none"> Emplea alguna estrategia heurística para ampliar o crear patrones de repetición con un criterio. Patrones aditivos <ul style="list-style-type: none"> Emplea procedimientos de conteo o de cálculo para ampliar, completar o crear patrones aditivos, usando material concreto. Igualdades <ul style="list-style-type: none"> Emplea el ensayo y error, la simulación con material concreto, procedimientos de conteo o acciones de agregar o quitar, para hallar equivalencias o valores desconocidos entre igualdades. 	Patrones de repetición <ul style="list-style-type: none"> Emplea alguna estrategia heurística para ampliar, completar o crear patrones de repetición y aditivos, de forma vivencial y usando material concreto. Patrones aditivos <ul style="list-style-type: none"> Emplea procedimientos de conteo o de cálculo para ampliar, completar o crear patrones aditivos. Igualdades <ul style="list-style-type: none"> Emplea procedimientos de agregar y quitar con material concreto y la relación inversa de la adición con la sustracción, para encontrar equivalencias o los valores desconocidos de una igualdad. 	<ul style="list-style-type: none"> Propone una secuencia de acciones orientadas a experimentar o resolver un problema. Patrones de repetición <ul style="list-style-type: none"> Emplea estrategias o recursos como el espejo, geoplano para resolver problemas de patrones simétricos. Patrones aditivos <ul style="list-style-type: none"> Emplea procedimientos de conteo o de cálculo para ampliar, encontrar el término intermedio o crear patrones aditivos, usando material concreto, recursos, incluyendo el uso de la calculadora. Igualdades <ul style="list-style-type: none"> Emplea estrategias y procedimientos aditivos (agregar y quitar), la relación inversa de la adición con la sustracción y la propiedad conmutativa, para encontrar equivalencias o los valores desconocidos de una igualdad. Problemas de cambio <ul style="list-style-type: none"> Emplea esquemas y procedimientos de comparación para encontrar la relación de cambio entre una magnitud y el tiempo. <ul style="list-style-type: none"> Comprueba su procedimiento o estrategia y el de sus compañeros y, de ser necesario, lo replantea.

ELABORAY USA ESTRATEGIAS

¹ Como ensayo y error o la simulación.

² Uso de esquemas o gráficos.

5 años	Primer grado	Segundo grado	Tercer grado
Patrones de repetición <ul style="list-style-type: none"> Explica con su propio lenguaje las razones al continuar un patrón de repetición. 	Patrones de repetición <ul style="list-style-type: none"> Explica sus procedimientos al continuar o crear un patrón de repetición con un criterio. Patrones aditivos <ul style="list-style-type: none"> Explica sus procedimientos al continuar o crear un patrón aditivo con números hasta 20. Igualdades <ul style="list-style-type: none"> Explica sus procedimientos al resolver problemas de equivalencia o equilibrio. 	Patrones de repetición <ul style="list-style-type: none"> Explica sus resultados y procedimientos al continuar o crear un patrón de repetición con dos criterios. Patrones aditivos <ul style="list-style-type: none"> Explica sus resultados y procedimientos al continuar o crear un patrón aditivo de hasta dos cifras. Igualdades <ul style="list-style-type: none"> Explica los que ocurre al agregar o quitar una misma cantidad de objetos a ambos lados de una igualdad gráfica o balanza en equilibrio, basándose en lo observado en actividades concretas. 	Patrones de repetición <ul style="list-style-type: none"> Elabora supuestos sobre los términos que aún no se conocen del patrón de repetición geométrico de simetría. Patrones aditivos <ul style="list-style-type: none"> Explica sus resultados y procedimientos al continuar o crear un patrón aditivo de hasta tres cifras. Igualdades <ul style="list-style-type: none"> Elabora supuestos sobre lo que ocurre al agregar o quitar una misma cantidad de objetos o números a ambos lados de una igualdad, basándose en lo observado en actividades concretas. Elabora conjeturas que permitan establecer la propiedad conmutativa de la adición. Relaciones de cambio <ul style="list-style-type: none"> Elabora supuestos sobre la relación de cambio entre una magnitud y el tiempo, basándose en lo observado en actividades vivenciales, concretas y gráficas.

RAZONA Y ARGUMENTA GENERANDO IDEAS MATEMÁTICAS

Descripción y ejemplos de algunos indicadores

Capacidad **Matematiza situaciones**

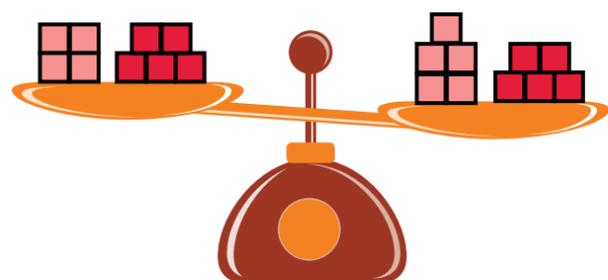
Indicador de segundo grado

Identifica datos y relaciones en problemas de equivalencia o equilibrio expresándolos en una igualdad (con adición y sustracción con números hasta 20) con material concreto.

En este problema la balanza no está equilibrada. ¿Cuántos cubitos se tendrán que agregar o quitar a los platillos de la balanza para que esté en equilibrio?

Equivalencia: igual valor.

Igualdad: dos expresiones equivalentes relacionadas con el signo "=".



En este problema de equilibrio el niño reconocerá las cantidades en ambos lados de los platillos de la balanza y establecerá si está equilibrada o no y explicará porqué no está equilibrada y será capaz de reconocer datos o cantidades o los valores conocidos y desconocidos.

Expresar las condiciones del problema a través de una igualdad es reflejar lo que sucede en la realidad. Así, el niño podría expresar la igualdad con objetos o con una expresión de adición o sustracción mediante el signo "=". Por ejemplo, una vez equilibrada la balanza se podría expresar: $4 + 5 = 5 + 4$.

Indicador de segundo grado:

Identifica datos en problemas de regularidad numérica, expresándolos en un patrón aditivo con números de hasta dos cifras en forma creciente o decreciente.

Descripción del indicador

Identificar datos implica fijarse si hay un orden en el que se presentan las cantidades, descubrir si aumentan o disminuyen y cómo se relaciona un número con el siguiente: aumenta en dos, disminuye en 5, etc.

Expresar las cantidades como un patrón aditivo conlleva escribir una secuencia ordenada de números, de modo que cada uno de ellos guarde la misma relación con el anterior.

En este caso el patrón aditivo modela la situación presentada porque expresa toda la información que ella contiene (datos y sus relaciones)

Ejemplo de indicador precisado:

Identifica datos en problemas de regularidad, expresándolos en un patrón aditivo con números de hasta dos cifras de 5 en 5.

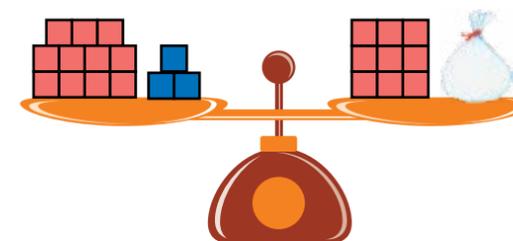
Capacidad **Elabora y usa estrategias**

Ejemplo de indicador precisado:

Emplea procedimientos de agregar y quitar con material concreto y la relación inversa de la adición con la sustracción, para encontrar equivalencias o los valores desconocidos de una igualdad.

Al resolver un problema de equivalencia o un problema de equilibrio los niños usarán estrategias de agregar o quitar en ambos platillos o en cada lado de la balanza para equilibrarla o una estrategia de ensayo o error o sustitución para encontrar los valores desconocidos en una igualdad.

¿Cuántos cubitos azules hay dentro de la bolsa?



Hay _____ cubitos azules

$$\textcircled{11} + \textcircled{3} = \textcircled{9} + \textcircled{\quad}$$

En un primer momento los niños usarán material concreto para poder representar el problema y podrán ir simulando el equilibrio de la balanza, agregando o quitando cubitos.

También podrán usar la estrategia de contar los cubitos del brazo izquierdo de la balanza y hallar los que faltan por la diferencia o el complemento: ¿cuánto le falta a 9 para ser igual a 14?

En la igualdad podrán encontrar el término que falta por tanteo o sustitución por el término más adecuado.

$$\begin{array}{l} 11 + 3 = 9 + \square \\ 14 = 9 + \square \\ \square = 14 - 9 \\ \square = 5 \end{array}$$

Para propiciar la capacidad de **Comunica y representa** en los estudiantes, el docente puede formular las siguientes preguntas:

- ¿Qué pasa con la balanza si retiramos 3 cubitos azules de la balanza?
- ¿Qué podríamos hacer con los cubitos rojos para que la balanza siga estando en equilibrio?
- ¿Cuántos cubitos tiene que haber en cada lado para que esté en equilibrio?
- ¿Qué pasa si retiras tantos cubitos rojos como azules?



2.3.3 Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma, movimiento y localización

Desde que venimos al mundo, sentimos la necesidad de explorar la realidad que nos envuelve. En la niñez, particularmente, se vive este descubrimiento en constante actividad, ya sea observando, manipulando o experimentando, y se reciben a través de los sentidos las percepciones espaciales propias de las características geométricas de los objetos cotidianos de nuestro entorno más cercano.



Para conocer el espacio, los niños construyen, se desplazan, mueven y localizan objetos, se ubican a sí mismos, dibujan, etc.; pero también se presentan ante ellos diversas oportunidades para resolver problemas espaciales, a través de los cuales construyen un conjunto de referencias que les permiten ubicarse y ubicar objetos y personas en diferentes espacios. Por ejemplo, al construir un juguete a partir de un manual, se involucran en retos que implican reconocer instrucciones de control de las acciones, las palabras que expresan referentes, los objetos físicos, así como las direcciones arriba y abajo, adelante y atrás, en la parte superior e inferior, a la izquierda y derecha, que son cruciales en el establecimiento de las relaciones entre las partes.

MATRIZ: Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma, movimiento y localización

A continuación les presentamos una matriz que muestra de manera integrada el estándar de aprendizaje (mapa de progreso), así como los posibles indicadores de desempeño de las capacidades para el desarrollo de la competencia en el ciclo. Los niveles de los mapas de progreso muestran una definición clara y consensuada de las metas de aprendizaje que deben ser logradas por todos los estudiantes al concluir un ciclo o período determinado. En ese sentido, son un referente para la planificación anual, el monitoreo y la evaluación, pues nos muestran el desempeño global que deben alcanzar nuestros estudiantes en cada una de las competencias. Las matrices de posibles desempeños son un apoyo para nuestra planificación pues nos muestran indicadores que son útiles para diseñar nuestras sesiones de aprendizaje; pueden ser útiles también para diseñar instrumentos de evaluación, pero no nos olvidemos que en un enfoque de competencias, al final, debemos generar instrumentos que permitan evidenciar el desempeño integral de ellas. En resumen, ambos instrumentos nos ayudan tanto a la planificación como a la evaluación, pero uno nos muestra desempeños más acotados (indicadores de desempeños), mientras que el otro nos muestra un desempeño complejo (mapas de progreso).

Hemos colocado el nivel anterior y posterior al ciclo correspondiente para que puedan identificar en qué nivel de desempeño se encuentra cada uno de nuestros estudiantes, y así diseñar actividades adecuadas para cada uno de ellos.

Estándares (Mapa de progreso)			
II ciclo	III ciclo	IV ciclo	
Relaciona objetos del entorno con formas bidimensionales y tridimensionales. Expresa con su propio lenguaje lo que observa al comparar dos objetos de diferente longitud, desplazarse e identificar la posición de un objeto en el espacio en relación a sí mismo u otro objeto; y realiza representaciones con su cuerpo, materiales concretos o dibujos. Propone acciones para resolver una situación, empleando estrategias propias y procedimientos al realizar desplazamientos y localización o caracterizar objetos con apoyo de material concreto. Explica el porqué de sus afirmaciones sobre la base de su experiencia.	Identifica las características de objetos del entorno y los relaciona con elementos ¹ de formas bidimensionales y tridimensionales, determina su ubicación, longitud, superficie o capacidad. Describe las formas bidimensionales y tridimensionales, ubicación y movimiento de objetos y las formas simétricas, los atributos medibles de los objetos (longitud, superficie y capacidad), empleando lenguaje cotidiano y algunos términos matemáticos. Realiza representaciones con su cuerpo, materiales concretos, dibujos, gráficos y símbolos. Propone y realiza una secuencia de acciones para experimentar o resolver un problema, emplea estrategias heurísticas y procedimientos como medir, comparar y estimar longitudes, superficies y capacidades de objetos con unidades arbitrarias, con apoyo de material concreto y recursos; comprueba sus procedimientos y estrategias usando material concreto. Elabora supuestos sobre las características y atributos medibles de las formas geométricas y de los objetos, a partir de la observación en experiencias concretas; y los explica usando ejemplos similares.	Relaciona características, atributos, localización y movimiento de los objetos del entorno, con las formas geométricas, ubicación en el plano y el espacio, simetría y traslación. Relaciona el modelo trabajado con otras situaciones similares. Describe con lenguaje matemático su comprensión sobre características de las formas bidimensionales y tridimensionales; longitud, perímetro, superficie y capacidad de objetos; simetría y traslaciones. Elabora y emplea representaciones mediante tablas de doble entrada, gráficos, croquis y símbolos. Propone y realiza una secuencia de acciones para experimentar o solucionar un problema empleando estrategias heurísticas, procedimientos para ubicar objetos y rutas, medir y estimar la longitud, perímetro, superficie y capacidad de objetos seleccionando el instrumento y la unidad arbitraria o convencional apropiada, reflejar o trasladar formas en cuadrículas, con apoyo de material concreto. Comprueba sus procedimientos y estrategias. Elabora conjeturas sobre semejanzas y diferencias entre formas geométricas y las justifica usando ejemplos.	

¹ Lados, caras, esquinas.

5 años	Primer grado	Segundo grado	Tercer grado
<p>Formas tridimensionales</p> <ul style="list-style-type: none"> Relaciona características perceptuales de los objetos de su entorno, con una forma tridimensional¹. 	<p>Formas tridimensionales</p> <ul style="list-style-type: none"> Identifica características² de los objetos de su entorno, relacionándolas con una forma tridimensional y usando material concreto. Relaciona una forma tridimensional con los objetos de su entorno. 	<p>Formas tridimensionales</p> <ul style="list-style-type: none"> Identifica elementos esenciales³ de los objetos de su entorno y los expresa de forma tridimensional⁶ con material concreto. Relaciona la forma tridimensional de material concreto con objetos de su entorno. 	<p>Formas tridimensionales</p> <ul style="list-style-type: none"> Identifica características de los objetos según la forma de sus caras, número de aristas y vértices, y los relaciona con prismas rectos rectangulares y cubos. Relaciona una forma tridimensional concreta y gráfica con objetos de su entorno y con sus vistas.
<p>Formas bidimensionales</p> <ul style="list-style-type: none"> Relaciona características perceptuales de los objetos de su entorno, con una forma bidimensional². 	<p>Formas bidimensionales</p> <ul style="list-style-type: none"> Identifica características según sus lados y vértices de los objetos de su entorno, relacionándolas con una forma bidimensional, con apoyo concreto. Relaciona la "huella"⁴ dejada por una forma tridimensional con una figura bidimensional. 	<p>Formas bidimensionales</p> <ul style="list-style-type: none"> Identifica elementos esenciales⁷ de los objetos de su entorno y los expresa de forma bidimensional⁸ con material concreto. Relaciona la "huella" dejada por una forma tridimensional con una figura bidimensional. Verifica que el objeto de su entorno corresponde a la forma geométrica. 	<p>Formas bidimensionales</p> <ul style="list-style-type: none"> Identifica características de los objetos de su entorno según sus lados, ángulos y vértices, perímetro y superficie, y los relaciona con una figura bidimensional regular o irregular. Relaciona las características de las figuras al plantear o resolver una situación de construcción de figuras compuestas.
	<p>Ubicación y desplazamiento</p> <ul style="list-style-type: none"> Identifica datos de ubicación y desplazamiento de objetos en entornos cercanos, según un referente, expresándolos en una maqueta o en un bosquejo con material concreto. Empieza dibujos o una cuadrícula al resolver situaciones de localización. Verifica si la maqueta o el dibujo empleado corresponde a la realidad. 	<p>Ubicación y desplazamiento</p> <ul style="list-style-type: none"> Identifica datos de ubicación y desplazamiento de objetos en entornos cercanos, según un referente, expresándolos en una maqueta o en un bosquejo con material concreto y gráfico. Empieza dibujos o una cuadrícula al resolver situaciones de localización. Verifica si la maqueta o el dibujo empleado permiten resolver situaciones de localización o posición de objetos y personas. 	<p>Ubicación y desplazamiento</p> <ul style="list-style-type: none"> Identifica datos o características relevantes en situaciones de localización y desplazamiento de objetos, en entornos cotidianos, expresándolos en un bosquejo realizado en cuadrículas. Empieza una cuadrícula al resolver situaciones de localización. Verifica si el bosquejo o la cuadrícula corresponde a la realidad y permite ubicar y localizar con precisión.
		<p>Simetría</p> <ul style="list-style-type: none"> Identifica la imagen semejante de los objetos y figuras a partir de doblar la figura por la mitad, expresándolos en una figura simétrica con material concreto⁹. Reconoce figuras simétricas en objetos y figuras de su entorno a partir de un eje de simetría. 	<p>Simetría y traslación</p> <ul style="list-style-type: none"> Identifica características y condiciones de los objetos, expresándolos en una figura simétrica o una figura que se traslada usando material concreto y una cuadrícula. Reconoce figuras simétricas en objetos y figuras de su entorno con uno o más ejes de simetría.

¹ Cuerpos geométricos con forma de cubo, esfera y cilindro.

² Círculo, cuadrado, rectángulo y triángulo.

³ Características relacionadas a su superficie: ruedan o no ruedan, si son cuerpos redondos o planos. Con respecto a sus elementos: si tienen puntas, si tienen lados rectos. Con respecto a la forma de sus caras: el cubo tiene cuadrados, el cono tiene un círculo, etc. Estas características están expresadas en lenguaje coloquial. En ciclos posteriores se formalizará la terminología más adecuada para los elementos básicos.

⁴ Por ejemplo, la "huella" dejada por una caja al presionarla sobre plastilina.

⁵ Elementos esenciales de los cuerpos geométricos: esquinas, caras, líneas rectas, líneas curvas. Cuerpos redondos (cono, cilindro, esfera). Cuerpos no redondos (cubo, prisma).

⁶ Prisma rectangular, cubo, esfera, cilindro y cono.

⁷ Elementos esenciales de las figuras geométricas: lados y esquinas, líneas rectas y líneas curvas.

⁸ Triángulo, cuadrado, rectángulo y círculo.

⁹ Hojas con forma de corazón, etc., doblado de papel, figuras geométricas, mosaicos, bloques de construcción, geoplano.

5 años	Primer grado	Segundo grado	Tercer grado
<p>Formas tridimensionales</p> <ul style="list-style-type: none"> Expresa características perceptuales de los objetos de su entorno¹. Representa los objetos de su entorno en forma tridimensional, a través del modelado o con material concreto². Representa la medida de longitud de los objetos usando su cuerpo: dedos, manos, pies, pasos y objetos como clips, eslabones, lápices, crayolas, palillos, etc. 	<p>Formas tridimensionales</p> <ul style="list-style-type: none"> Expresa las características de las formas tridimensionales: si ruedan, se sostienen, no se sostienen, etc. Representa los objetos de su entorno de forma tridimensional, a través de la arcilla o plastilina para modelar, y material concreto³ según sus medidas de longitud. Expresa la medida de la capacidad de los objetos usando unidades de medida arbitrarias: con vasos, jarras, ollas, con puñado, manos, etc. Expresa la medida de longitud de los objetos usando su cuerpo: dedos, manos, pies, pasos y objetos como clips, lápices, palillos, etc. Expresa la medida de superficie de los objetos usando unidades de medida arbitrarias con objetos: cajas, papeles, libros, etc. 	<p>Formas tridimensionales</p> <ul style="list-style-type: none"> Expresa los elementos esenciales de las formas tridimensionales (caras, bordes, esquinas, líneas rectas, líneas curvas, etc.). Representa los objetos de su entorno de forma tridimensional, con material gráfico-plástico, concreto y gráfico. Expresa la medida de la capacidad de los objetos usando unidades arbitrarias: cucharas, cucharitas, goteros, tazas, con puñados, manos, etc. Expresa la medida de longitud de los objetos (largo, ancho, alto, etc.) usando su cuerpo: dedos, manos, pies, pasos y objetos como clips, lápices, palillos, etc. Expresa la medida de superficie de los objetos usando unidades de medida arbitraria con objetos: servilletas, tarjetas, cuadrados, etc. 	<p>Formas tridimensionales</p> <ul style="list-style-type: none"> Describe las formas tridimensionales⁴ según sus elementos (caras, aristas, vértices). Construye figuras tridimensionales con el modelo presente o ausente, a través del moldeado, material concreto⁵ con una plantilla. Construye figuras tridimensionales en forma concreta, a partir de instrucciones escritas y orales. Expresa la medida de longitud o el perímetro de los objetos (largo, ancho, alto, etc.) usando el metro y el centímetro. Expresa la medida de superficie de los objetos usando como unidad un cuadrado y material concreto (loseta cuadrada, cartones cuadrados)

¹ Ejemplo: la pelota rueda, la caja no rueda, tienen puntas, tiene esquinas, son redondos.

² Plastilina, arcilla, palillos, papel, cajas, botellas, latas recicladas, rollos de papel, bloques de construcción, etc.

³ Poliedros desarmables; bloques de construcción, etc.

⁴ Cubos, prismas rectangulares, esferas y conos etc.

⁵ Poliedros desarmables, plastilina y palillos o mondadientes etc.

5 años	Primer grado	Segundo grado	Tercer grado
<p>Formas bidimensionales</p> <ul style="list-style-type: none"> Representa los objetos de su entorno en forma bidimensional o plana, con material gráfico-plástico y concreto. Expresa la longitud de dos objetos de su entorno al compararlos, empleando expresiones "es más largo que", "es más corto que". 	<p>Formas bidimensionales</p> <ul style="list-style-type: none"> Expresa las características de las formas bidimensionales (tienen puntas, tienen líneas rectas, etc.). Representa los objetos de su entorno de forma bidimensional o plana con material gráfico-plástico y concreto⁸, y con dibujos a mano alzada sin instrumentos. 	<p>Formas bidimensionales</p> <ul style="list-style-type: none"> Expresa los elementos esenciales de las formas bidimensionales (puntas, lados, líneas rectas, líneas curvas, etc.). Representa los objetos de su entorno de forma bidimensional o plana con material gráfico-plástico y concreto⁹ con el modelo presente o ausente 	<p>Formas bidimensionales</p> <ul style="list-style-type: none"> Describe las figuras bidimensionales según sus elementos (lados, vértices y ángulos rectos y ángulos menores que un ángulo recto). Construye y dibuja figuras bidimensionales¹⁰ con diferentes materiales concretos, de forma gráfica (cuadrícula, malla de puntos) y con regla, escuadra y transportador. Construye figuras bidimensionales¹⁰ simples y compuestas en forma concreta, a partir de instrucciones escritas y orales.
<p>Ubicación y desplazamiento</p> <ul style="list-style-type: none"> Describe su ubicación y la de los objetos usando las expresiones: "al lado de", "cerca de", "lejos de". Expresa con su cuerpo los desplazamientos que realiza para ir de un lugar a otro usando: "hacia la derecha o hacia la izquierda", "hacia adelante o hacia atrás". Representa el recorrido o desplazamiento y ubicación de personas, los objetos en forma vivencial y pictórica. 	<p>Ubicación y desplazamiento</p> <ul style="list-style-type: none"> Describe los desplazamientos que realiza para ir de un lugar a otro o para ubicar objetos y personas con relación a sí mismo, usando las expresiones "encima de", "debajo de", "arriba", "abajo", "delante de", "detrás de", "dentro", "fuera", "en el borde", "derecha" e "izquierda". Representa el recorrido o desplazamiento y la ubicación de objetos, de forma vivencial, pictórica, gráfica en cuadrículas y simbólica con flechas. Expresa la medida de longitud de su recorrido en unidades arbitrarias a través de su cuerpo: pasos, pies, brazos. Expresa el tiempo que se demoró de ir de un lugar a otro en unidades de medida arbitrarias: palmas, zapateo o usando relojes de arena. 	<p>Ubicación y desplazamiento</p> <ul style="list-style-type: none"> Describe los desplazamientos que realiza para ir de un lugar a otro o para ubicar objetos y personas con relación a sí mismo, a otros objetos y personas, usando las expresiones "sube", "baja", "enfira", "sale", "hacia adelante", "hacia atrás", "hacia arriba", "hacia abajo", "a la derecha", "a la izquierda" y "por el borde". Representa el recorrido o desplazamiento y la ubicación de objetos, de forma vivencial, pictórica, gráfica en cuadrículas y simbólica con flechas. 	<p>Ubicación y desplazamiento</p> <ul style="list-style-type: none"> Describe rutas y ubicaciones usando como referentes objetos y lugares cercanos por los que debe pasar. Representa el recorrido o desplazamiento y la ubicación de objetos, de forma vivencial, pictórica, gráfica en cuadrículas y coordenadas de filas y columnas. Expresa la medida de longitud de su recorrido en unidades convencionales (metro, decámetro).
	<p>Simetría y traslación</p> <ul style="list-style-type: none"> Representa los objetos de su entorno que sean simétricos según si se parte por la mitad o si tienen un eje de simetría, con material gráfico-plástico y concreto con el modelo presente o ausente Construye figuras simétricas usando material gráfico-plástico, doblando o recortando el papel y material concreto, a partir de un eje de simetría. 	<p>Simetría y traslación</p> <ul style="list-style-type: none"> Representa los objetos de su entorno que sean simétricos según si se parte por la mitad o si tienen un eje de simetría, con material gráfico-plástico y concreto con el modelo presente o ausente Construye figuras simétricas usando material gráfico-plástico, doblando o recortando el papel y material concreto, a partir de un eje de simetría. 	<p>Simetría y traslación</p> <ul style="list-style-type: none"> Describe las relaciones de la traslación de figuras geométricas planas y el reflejo de una figura a partir del eje de simetría vertical. Representa con material concreto (geoplanos, bloques lógicos, etc.) pictórico y gráfico (en la cuadrícula) la traslación de figuras geométricas planas y el reflejo de una figura a partir del eje de simetría vertical.

⁸ Geoplano, mosaicos, etc.⁹ Geoplano, mosaicos, etc.¹⁰ Triángulos, cuadrados, rectángulos y círculos.¹¹ Tangram, geoplano, doblado de papel.

5 años	Primer grado	Segundo grado	Tercer grado
<p>Formas tridimensionales</p> <ul style="list-style-type: none"> Emplea materiales concretos para construir objetos del entorno con formas tridimensionales con el modelo presente. 	<p>Formas tridimensionales</p> <ul style="list-style-type: none"> Emplea materiales concretos o instrumentos, para construir formas tridimensionales con el modelo presente y ausente. Emplea estrategias o recursos para medir la capacidad de los cuerpos en unidades arbitrarias. 	<p>Formas tridimensionales</p> <ul style="list-style-type: none"> Emplea materiales concretos o instrumentos, para resolver problemas sobre formas tridimensionales con el modelo presente y ausente. Usa objetos y su propio cuerpo como unidades de medida arbitrarias para medir, estimar y comparar longitudes de los objetos. Usa recursos de su entorno (servilletas, tarjetas, cuadrados, etc.) como unidades arbitrarias para medir, estimar y comparar la superficie de los objetos. Experimenta y usa recipientes pequeños (vasos, puñados, etc.) como unidades de medida arbitrarias para medir, estimar y comparar la capacidad de un recipiente. 	<p>Formas tridimensionales</p> <ul style="list-style-type: none"> Emplea materiales concretos o instrumentos, para resolver problemas sobre construcción de formas tridimensionales con el modelo presente y ausente. Emplean estrategias e instrumentos como la cinta métrica, para medir longitudes en unidades convencionales.
<p>Formas bidimensionales</p> <ul style="list-style-type: none"> Emplea materiales concretos para construir objetos del entorno con formas bidimensionales con el modelo presente. Usa su cuerpo y objetos como unidad de medida arbitraria, para medir, estimar y comparar longitudes, en situaciones cotidianas. 	<p>Formas bidimensionales</p> <ul style="list-style-type: none"> Emplea materiales concretos o instrumentos, para construir formas bidimensionales con el modelo presente y ausente según sus características y medidas. Comprueba su procedimiento y el de otros para medir longitudes y superficies. 	<p>Formas bidimensionales</p> <ul style="list-style-type: none"> Comprueba su procedimiento y el de otros para medir longitudes y superficies. Emplea materiales concretos o instrumentos, para construir formas bidimensionales con el modelo presente y ausente según sus características y medidas. 	<p>Formas bidimensionales</p> <ul style="list-style-type: none"> Usa unidades patrón (cuadrados de 1 cm por lado, lados de una pieza de bloques lógicos o de mosaicos o la cuadrícula) a fin de determinar cuántas unidades cuadradas se necesita para cubrir superficies de figuras bidimensionales simples y compuestas. Emplea estrategias de ensayo y error o superposición para componer o descomponer una figura, con apoyo concreto. Usa unidades patrón para medir perímetro de figuras simples o compuestas en forma concreta y gráfica (lado de 1 cm, fichas con lados iguales). Comprueba mediante la vivenciación los procedimientos y estrategias usados para comparar y estimar longitudes y superficies.

COMPETENCIA: ACTÚA Y PIENSA MATEMÁTICAMENTE EN SITUACIONES DE FORMA MOVIMIENTO Y LOCALIZACIÓN			
	5 años	Primer grado	Segundo grado
ELABORA Y USA ESTRATEGIAS	Ubicación y desplazamiento <ul style="list-style-type: none"> Usa estrategias de ensayo y error entre pares o pequeños grupos para resolver problemas de desplazamientos y ubicación. Emplea croquis simples al resolver problemas de localización 	Ubicación y desplazamiento <ul style="list-style-type: none"> Usa estrategias de simulación o ensayo y error para resolver problemas de desplazamiento y ubicación. Verifica sus resultados y el de otros a partir de la observación y la experimentación. 	Ubicación y desplazamiento <ul style="list-style-type: none"> Emplea estrategias de ensayo y error, y estrategias que impliquen el trazo de líneas rectas entre un objeto y otro, entre el punto de partida y el de llegada en situaciones de desplazamientos.
			Ubicación y desplazamiento <ul style="list-style-type: none"> Emplea estrategias de recorte, armado de rompecabezas, y recursos (uso de periódicos, revistas, figuras de objetos y animales) para resolver problemas que impliquen simetría.
RAZONA Y ARGUMENTA GENERANDO IDEAS MATEMATICAS	Formas tridimensionales <ul style="list-style-type: none"> Explica las características que tienen las formas de los objetos que agrupo. Explica con su propio lenguaje lo que hizo para medir y comparar la longitud de los objetos. 	Formas tridimensionales <ul style="list-style-type: none"> Elabora supuestos sobre las características observadas de las formas tridimensionales. Explica las semejanzas de las formas tridimensionales según sus características. Elabora supuestos y los verifica, sobre la estimación de medidas de longitud y superficie y capacidad en unidades de medida arbitrarias, basándose en experiencias vivenciales. 	Formas tridimensionales <ul style="list-style-type: none"> Explica con su propio lenguaje las semejanzas o diferencias de las formas tridimensionales según sus características. Elabora supuestos y los verifica sobre la estimación de medidas de longitud y superficie y capacidad en unidades de medida arbitrarias, basándose en experiencias vivenciales.
			Formas tridimensionales <ul style="list-style-type: none"> Establece relaciones entre la forma tridimensional y las formas bidimensionales según sus características o elementos. Elabora supuestos y los verifica sobre la estimación de una medida de longitud o superficie de un objeto, basándose en experiencias vivenciales.

	5 años	Primer grado	Segundo grado	Tercer grado
RAZONA Y ARGUMENTA GENERANDO IDEAS MATEMATICAS	Ubicación y desplazamiento <ul style="list-style-type: none"> Explica con su propio lenguaje sobre desplazamientos o recorridos¹ a partir de una experiencia vivencial o lúdica. 	Formas bidimensionales <ul style="list-style-type: none"> Explica con su propio lenguaje las semejanzas o diferencias de las formas tridimensionales según sus características. 	Formas bidimensionales <ul style="list-style-type: none"> Explica con su propio lenguaje las semejanzas o diferencias de las formas bidimensionales según sus características. Explica el procedimiento usado en la medida de longitud, superficie y capacidad de los objetos. 	Formas bidimensionales <ul style="list-style-type: none"> Elabora supuestos y los verifica sobre la estimación de una medida de longitud o superficie de un objeto, basándose en experiencias vivenciales. Establece semejanzas o diferencias entre las figuras geométricas según sus características.
				Simetría y traslación <ul style="list-style-type: none"> Explica el procedimiento usado para construir el lado simétrico de una figura y su traslación, con materiales concretos y gráficos.

¹ En circuitos, laberintos sencillos, etc.

Capacidad **Elabora y usa estrategias**

Indicador de segundo grado

Identifica elementos esenciales¹ de los objetos de su entorno y los expresa de forma bidimensional² con material concreto.

¹Elementos esenciales de las figuras geométricas: lados y esquinas, líneas rectas y líneas curvas.

²Triángulos, cuadrados, rectángulos y círculo.

Descripción del indicador

Implica que el estudiante de segundo grado reconozca:

- El número de lados: esta información permite a los estudiantes identificar triángulos, cuadriláteros, etc.
- El número de vértices (esquinas): los estudiantes reconocen que el número de vértices es el mismo que el número de lados.

Expresar en un modelo de forma bidimensional con material concreto, implica reflejar las características del objeto en forma matemática a través de palillos, cañitas, plastilina, bloques lógicos, etc. Es decir, identificar las propiedades de la forma bidimensional: (figura plana en dos dimensiones).

Observemos el siguiente ejemplo de problema en el que se evidencia el desempeño que muestra el indicador:

Jorge quiere hacer una puerta de la fachada de su casa. ¿Qué forma tendrá? ¿Cómo lo hará?

Identifica elementos del objeto.

1, 2, 3, 4: la puerta tiene cuatro esquinas...

Lo relaciona usando material concreto.

¡Bien, así es! Tiene cuatro lados y cuatro esquinas.

Lo expresa en un modelo de forma bidimensional.

Las siguientes preguntas permiten desarrollar y evidenciar el indicador:

- ¿Cómo es la puerta? ¿Tiene lados y esquinas?
- ¿Todos sus lados son iguales? ¿Cuáles son más largos? ¿Qué lados son iguales?
- ¿Qué forma tiene la puerta? ¿A qué bloque lógico te recuerda? ¿Qué forma geométrica tiene?

Descripción y ejemplos de algunos indicadores

Capacidad **Matematiza situaciones**

Emplea estrategias de recorte, armado de rompecabezas y recursos (periódicos, revistas, figuras de objetos y animales) para resolver problemas que impliquen simetría.

Descripción del indicador

Emplear estrategias implica que el niño explore qué camino elegirá para enfrentar los problemas que implican simetría; y estos pueden estar referidos a que el niño:

- Identifique y trace el eje de simetría y lo describa.
- Complete la simetría de un diseño.
- Cree una figura simétrica.

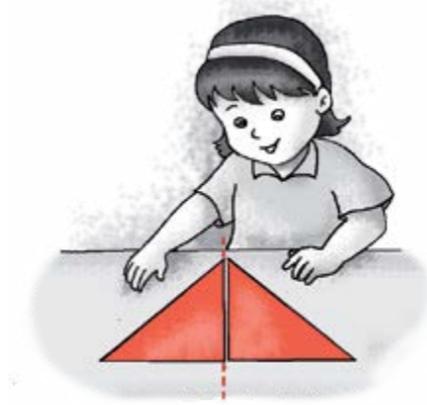
Las estrategias que pueden emplear los estudiantes para resolver problemas de simetría son: plegando y recortando papel por el borde o el interior (kirigami geométrico) o al realizar guirnaldas de niños tomados de la mano; asimismo se pueden usar rompecabezas como las piezas del tangram y recursos como el periódico para encontrar letras y figuras simétricas.

En el siguiente problema encontramos un ejemplo para identificar el eje de simetría:

Arma un triángulo con estas dos figuras. ¿Cómo son las partes del triángulo que has formado?



Haciendo ensayos logra armar el triángulo.



Deduce que la simetría consiste en dividir un objeto en dos partes exactamente iguales. Uno es el espejo del otro.

2.3.4 Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de gestión de datos e incertidumbre

Observa tu alrededor, ¿cuántos datos te rodean?, ¿eres capaz de analizarlos todos?

El entorno que nos rodea está lleno de datos, y también de incertidumbre o situaciones desconocidas, de las cuales no puedes estar seguro; por ejemplo, si vas en combi por una avenida, te puedes dar cuenta cuando estás por la cuadra 30 de la Av. Aviación o que son las seis de la tarde, pero estos datos tendrían sentido si se logra interpretarlos para poder obtener conclusiones. Así, siguiendo con el mismo ejemplo, se podría expresar a partir de lo observado que a las seis de la tarde el tráfico es intenso y que se evidencia una mayor presencia de autos que de omnibuses y se podrían usar rutas alternas para llegar a tu destino; pero también por cosas del azar o de la incertidumbre no podemos estar seguros si esa ruta alterna estará libre o congestionada. En todo caso, sí podemos decir que es muy probable que no esté congestionada.

En la actualidad, es abrumador el número de datos con los que contamos. Estos datos nos ayudan a predecir y tomar decisiones en cualquier ámbito de nuestra vida.

Por ejemplo, anotar la cantidad de dinero que gastamos en las compras semanales en el mercado, nos permite tomar decisiones para prever un presupuesto económico mensual.

Pensar estadísticamente posibilita a las personas transformar los datos en conocimientos, dejando de lado las opiniones personales y dando paso a la evidencia de los datos. Estas capacidades son las que caracterizan a los ciudadanos que poseen lo que se denomina "cultura estadística", y es a lo que intentamos llegar con la intervención educativa a través de las estrategias planteadas.

Conta los palotes y escribe el número que indican las cantidades de platos vendidos.

Plato	Conteo	Cantidad
Arroz con pollo	IIII IIII	
Solterito de queso	IIII III	
Juane	IIII IIII	
Cuy asado	IIII II	
Seco de ternera	IIII	

Pinta un cuadradito por cada plato vendido.

Platos de comida vendidos

Platos de comida

Desarrollar esta competencia en este ciclo implica que los estudiantes tengan sus primeras experiencias en la formulación de una pregunta que contenga datos y que se inicien en la recolección, la presentación y análisis. También tienen que estar en capacidad de identificar la posibilidad o imposibilidad de los datos de un evento a través de la observación y la experimentación.

MATRIZ: Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de gestión de datos e incertidumbre

A continuación les presentamos una matriz que muestra de manera integrada el estándar de aprendizaje (mapa de progreso), así como los posibles indicadores de desempeño de las capacidades para el desarrollo de la competencia en el ciclo. Los niveles de los mapas de progreso muestran una definición clara y consensuada de las metas de aprendizaje que deben ser logradas por todos los estudiantes al concluir un ciclo o período determinado. En ese sentido son un referente para la planificación anual, el monitoreo y la evaluación, pues nos muestran el desempeño global que deben alcanzar nuestros estudiantes en cada una de las competencias. Las matrices de posibles desempeños son un apoyo para nuestra planificación pues nos muestran indicadores que son útiles para diseñar nuestras sesiones de aprendizaje; pueden ser útiles también para diseñar instrumentos de evaluación, pero no nos olvidemos que en un enfoque de competencias, al final, debemos generar instrumentos que permitan evidenciar el desempeño integral de ellos. En resumen, ambos instrumentos nos ayudan tanto a la planificación como a la evaluación, pero uno nos muestra desempeños más acotados (indicadores de desempeños), mientras que el otro nos muestra un desempeño complejo (mapas de progreso).

Hemos colocado el nivel anterior y posterior al ciclo correspondiente para que puedan identificar en qué nivel de desempeño se encuentra cada uno de nuestros estudiantes, y así

Estándares (Mapa de progreso)	
II ciclo	IV ciclo
<p>Identifica datos de situaciones de su interés y los registra con material concreto en listas, tablas de conteo y pictogramas. Expresa con sus propias palabras lo que comprende sobre la información contenida en las listas, tablas de conteo y pictogramas y la ocurrencia de sucesos cotidianos. Representa los datos empleando material concreto, listas, tablas de conteo o pictogramas. Propone acciones, estrategias o procedimientos propios para recopilar y registrar datos cualitativos con apoyo de material concreto. Explica el porqué de sus afirmaciones con base en su experiencia.</p>	<p>Identifica datos en situaciones de su entorno familiar o del aula; los organiza en listas o tablas simples o de doble entrada y los expresa mediante pictogramas sin escala y gráficos de barras. Expresa empleando lenguaje cotidiano y algunos términos matemáticos lo que comprende sobre la información contenida en tablas simples, de doble entrada o gráficos; el significado de la posibilidad o imposibilidad de sucesos cotidianos, y preguntas para recoger datos. Propone y realiza una secuencia de acciones orientadas a experimentar o resolver un problema, empleando estrategias o procedimientos para recopilar, organizar y presentar datos, con apoyo de material concreto. Elabora supuestos referidos a características que se repiten en las actividades realizadas y los explica usando ejemplos similares.</p>
<p>Identifica relaciones entre los datos de situaciones de su entorno escolar, los organiza en tablas, barras simples, pictogramas con escalas o mediante la noción de moda. Describe con lenguaje matemático su comprensión sobre la frecuencia y moda de un conjunto de datos, la comparación de datos en pictogramas o barras dobles agrupadas, sucesos más o menos probables que otros¹. Elabora y emplea representaciones mediante gráficos de barras dobles o pictogramas², y símbolos. Propone y realiza una secuencia de acciones orientadas a experimentar o solucionar un problema empleando estrategias o procedimientos para recopilar datos cualitativos y hallar el dato que más se repite, con apoyo de material concreto. Comprueba sus procedimientos y estrategias. Elabora conjeturas basadas en experiencias o relaciones entre datos y las explica o justifica usando ejemplos.</p>	<p>Plantea relaciones entre los datos de situaciones de su entorno escolar, los organiza en tablas, barras simples, pictogramas con escalas o mediante la noción de moda. Describe con lenguaje matemático su comprensión sobre la frecuencia y moda de un conjunto de datos, la comparación de datos en pictogramas o barras dobles agrupadas, sucesos más o menos probables que otros¹. Elabora y emplea representaciones mediante gráficos de barras dobles o pictogramas², y símbolos. Propone y realiza una secuencia de acciones orientadas a experimentar o solucionar un problema empleando estrategias o procedimientos para recopilar datos cualitativos y hallar el dato que más se repite, con apoyo de material concreto. Comprueba sus procedimientos y estrategias. Elabora conjeturas basadas en experiencias o relaciones entre datos y las explica o justifica usando ejemplos.</p>

¹ El estudiante indica intuitivamente si un suceso es más probable o menos probable que otro.

² Pictogramas con escala.

	5 años	Primer grado	Segundo grado	Tercer grado
MATEMATIZA SITUACIONES	<p>Problemas con datos cualitativos</p> <ul style="list-style-type: none"> Identifica datos referidos a la información de su preferencia en situaciones cotidianas y del aula, expresándolos en listas, tablas de conteo o pictogramas sin escala con material concreto y dibujos. 	<p>Problemas con datos cualitativos</p> <ul style="list-style-type: none"> Identifica datos (cualitativos) en situaciones personales y del aula, y los organiza en listas, tablas de conteo, pictogramas sin escala o gráfico de barras, con material concreto y gráfico. 	<p>Problemas con datos cualitativos</p> <ul style="list-style-type: none"> Identifica datos (cualitativos) en situaciones, expresándolos en listas o tablas simples de conteo, pictogramas o diagramas de barra simples (con escala dada de dos en dos o cinco en cinco). 	<p>Problemas con datos cualitativos y cuantitativos</p> <ul style="list-style-type: none"> Plantea relaciones entre los datos (cualitativos y cuantitativos discretos) en situaciones de contexto personal, expresándolos en tablas simples de conteo, barras simples o pictogramas (con escala dada).
COMUNICA Y REPRESENTA IDEAS MATEMÁTICAS	<p>Tablas y gráficos</p> <ul style="list-style-type: none"> Elige situaciones de su interés, de su aula para recoger datos cualitativos. Expresa con sus propias palabras lo que comprende sobre la información contenida en listas, tablas de conteo o pictogramas sin escala. 	<p>Tablas y gráficos</p> <ul style="list-style-type: none"> Propone situaciones de su interés y de su aula para recoger datos cualitativos. Responde preguntas sobre la información contenida en tablas simples, pictogramas o gráficos. Transita de una representación a otra. Por ejemplo: de listas a tablas de conteo, de listas a pictogramas, de pictogramas sin escala a gráfico de barras simples, usando material concreto. 	<p>Tablas y gráficos</p> <ul style="list-style-type: none"> Propone preguntas sencillas para recoger datos cualitativos y cuantitativos discretos en situaciones de contexto familiar y escolar. Transita de una representación a otra. Por ejemplo de pictogramas con equivalencias a gráfico de barras simples, usando material concreto. Responde preguntas sobre la información contenida en tablas simples, pictogramas con escala y diagramas de barras simples, con datos cualitativos. 	<p>Tablas y gráficos</p> <ul style="list-style-type: none"> Realiza preguntas relevantes para recoger datos relacionados con el tema de estudio y aporta con sugerencias a las preguntas formuladas por sus compañeros. Transita de una representación a otra. Por ejemplo de tablas de conteo a barras simples Responde preguntas sobre la información en tablas, pictogramas y gráficos de barras simples, con datos cualitativos y cuantitativos.
	<p>Ocurrencia de sucesos</p> <ul style="list-style-type: none"> Expresa con sus propias palabras sobre la ocurrencia de sucesos cotidianos: "siempre", "nunca". 	<p>Ocurrencia de sucesos</p> <ul style="list-style-type: none"> Describe la ocurrencia de sucesos cotidianos usando las expresiones: siempre, a veces, nunca. 	<p>Ocurrencia de sucesos</p> <ul style="list-style-type: none"> Describe la ocurrencia de acontecimientos usando las expresiones: siempre, a veces, nunca. 	<p>Ocurrencia de sucesos</p> <ul style="list-style-type: none"> Describe la ocurrencia de acontecimientos cotidianos usando las expresiones: seguro, posible e imposible.

	5 años	Primer grado	Segundo grado	Tercer grado
ELABORA Y USA ESTRATEGIAS	<p>Ocurrencia de sucesos</p> <ul style="list-style-type: none"> Realiza preguntas sencillas a sus compañeros para recolectar datos. 	<p>Problemas con datos cualitativos</p> <ul style="list-style-type: none"> Realiza preguntas sencillas a sus compañeros para recolectar datos. 	<p>Problemas con datos cualitativos</p> <ul style="list-style-type: none"> Realiza preguntas sencillas a sus compañeros y familiares para recolectar datos. 	<p>Problemas con datos cualitativos</p> <ul style="list-style-type: none"> Propone ideas para recoger y organizar datos cualitativos o cuantitativos en situaciones de su entorno familiar y escolar. Emplea procedimientos de recolección de datos: preguntas orales y escritas, encuestas, registro de hechos, etc.
		<p>Ocurrencia de sucesos</p> <ul style="list-style-type: none"> Emplea material concreto y la vivenciación para reconocer sucesos cotidianos que ocurren siempre, a veces o nunca. 	<p>Ocurrencia de sucesos</p> <ul style="list-style-type: none"> Emplea material concreto para reconocer sucesos o fenómenos que ocurren siempre, a veces o nunca. 	<p>Ocurrencia de sucesos</p> <ul style="list-style-type: none"> Emplea material concreto y la vivenciación para reconocer sucesos o fenómenos que son seguros, posibles o imposibles. Registra en una tabla la frecuencia de ocurrencia de eventos o fenómenos.
RAZONA Y ARGUMENTA GENERANDO IDEAS MATEMÁTICAS		<p>Problemas con datos cualitativos</p> <ul style="list-style-type: none"> Elabora supuestos sobre los criterios comunes para organizar los datos en forma gráfica. 	<p>Problemas con datos cualitativos</p> <ul style="list-style-type: none"> Elabora supuestos sobre los criterios comunes para organizar los datos en forma gráfica. 	<p>Problemas con datos cualitativos y cuantitativos</p> <ul style="list-style-type: none"> Establece supuestos sobre los posibles resultados sobre la información recolectada.
		<p>Ocurrencia de sucesos</p> <ul style="list-style-type: none"> Explica con ejemplos la ocurrencia de sucesos cotidianos que suceden siempre, a veces o nunca. 	<p>Ocurrencia de sucesos</p> <ul style="list-style-type: none"> Explica con ejemplos la posibilidad o imposibilidad de ocurrencia de sucesos cotidianos. 	<p>Ocurrencia de sucesos</p> <ul style="list-style-type: none"> Explica con ejemplos basándose en experiencias concretas si un suceso es seguro, posible o imposible.

Descripción y ejemplos de algunos indicadores

Capacidad **Matematiza situaciones**

Indicador de primer grado

Identifica datos (cualitativos) en situaciones personales y del aula, y los organiza en listas, tablas de conteo, pictogramas sin escala o gráfico de barras, con material concreto y gráfico.

Descripción del indicador

Los problemas que permiten expresarse o modelarse mediante listas, tablas de conteo, pictogramas o gráficos de barra son aquellas en las que se presentan datos sobre eventos personales (gustos, preferencias, etc.) y eventos del aula (frutas de la lonchera, tipo de mochila, etc.).

Frecuencia: es el número de veces que se repite un dato. Por ejemplo: 5 niños dijeron básquet.

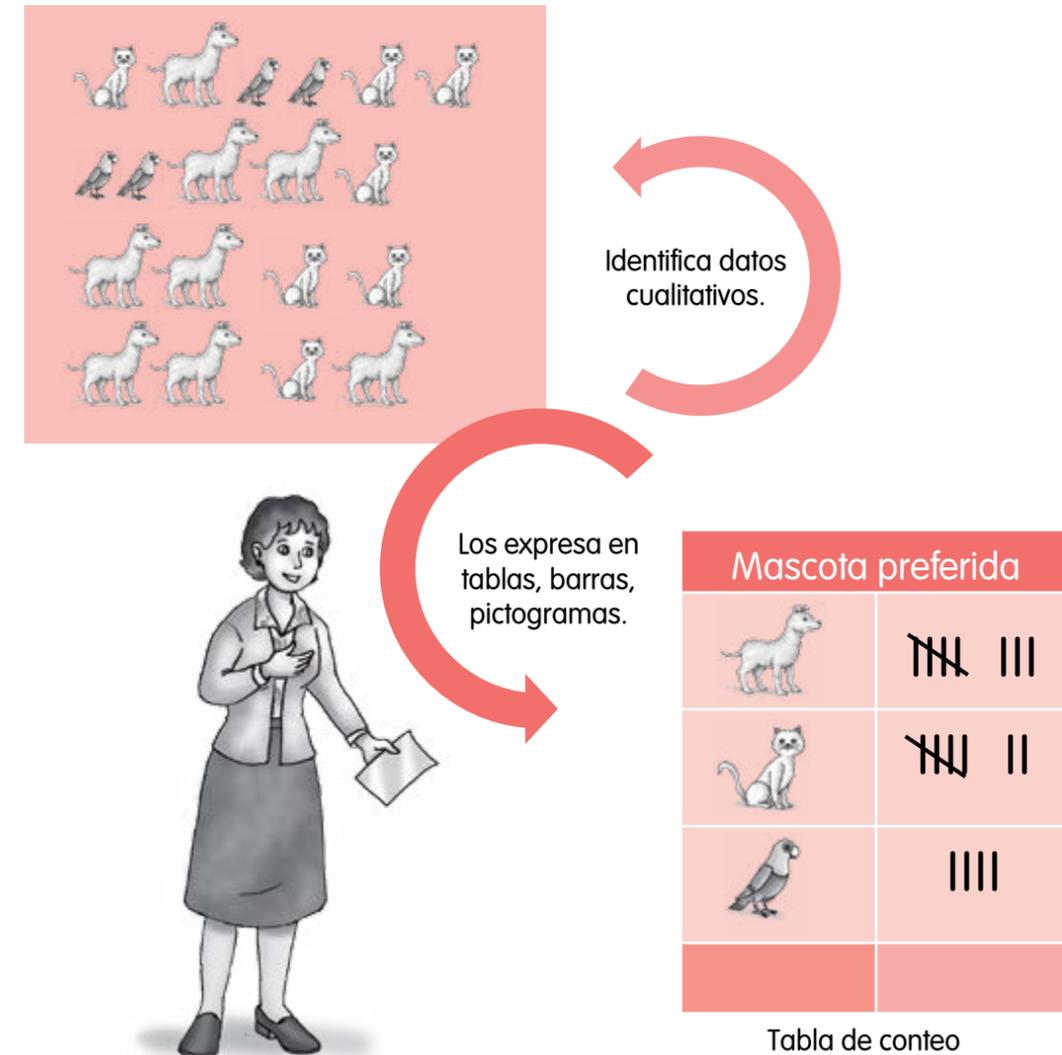
Datos cualitativos: Expresan distintas cualidades, características o modalidades acerca de una pregunta o de alguien y se expresan mediante palabras. Por ejemplo: deporte favorito, color, fruta o mascota que más les gusta, número de orden en una premiación

El indicador propone la identificación de datos en una situación, lo cual implica:

- Reconocer de qué datos se trata: mascotas, animales, frutas, colores, etc.
- Reconocer cuántos tipos de datos hay: por ejemplo, ¿cuántos tipos de mascotas hay?
- Reconocer que no todos los datos aparecen igual cantidad de veces.
- Reconocer que los datos son variables, es decir hay variadas respuestas para la misma pregunta.

Expresar la situación en tablas simples, pictogramas o diagramas de barras, implica:

- Organizar los datos y clasificarlos.
- Dibujar o completar una tabla con cada tipo de dato y su frecuencia.
- Dibujar un ícono o un palote por cada vez que aparece un dato.
- Pintar un cuadradito de la barra por cada vez que aparece un dato.



Ejemplo de indicador precisado:

Identifica datos cualitativos en situaciones de su aula, y los expresa en una tabla simple.

Las siguientes preguntas permitirán reconocer qué acciones propone el indicador y las que son más convenientes para resolver el problema:

- ¿Qué figuras pegaron los niños en la pizarra?, ¿en qué se parecen?, ¿en qué se diferencian?
- ¿Hay igual cantidad de cada mascota?, ¿qué cantidad hay de cada uno?
- Observa la tabla mostrada: ¿cuántas columnas tiene?, ¿qué hay en la primera columna?, ¿y en la segunda columna qué va?, ¿cuántas filas tiene?, ¿qué hay en las filas?
- ¿Para qué sirve la tabla?, ¿cómo la llenas?, ¿de dónde obtienes los datos que necesitas para completarla?

3. Orientaciones didácticas

3.1 Orientaciones para el desarrollo de la competencia Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad

Desarrollar esta competencia implica brindar oportunidades a los niños para resolver problemas relacionados con las cantidades en situaciones de contextos reales, en situaciones simuladas — factibles de ser reales—, en situaciones de juego o en situaciones de contexto matemático o intramatemático. Estas situaciones deben generar en los niños retos o desafíos que los motive a actuar y pensar matemáticamente, explicando o formulando problemas, así como organizando y ejecutando sus estrategias a fin de hallar la solución.



3.1.1 El control de asistencia

Descripción de la estrategia

Registrar la asistencia de los niños del aula, como una actividad que se realiza diariamente, no solo permite construir o aplicar conocimientos matemáticos, sino también vincularlos con el aprendizaje de las letras y las palabras.



Fotografía 1. Registrando el total de niños en un cartel simple.

El control de la asistencia consiste en registrar la presencia de los niños en el aula. Para ello, se utilizan como recursos diversos carteles, cuyo uso debe ser dinámico, gradual y progresivo, llegando con el tiempo a hacerse más complejo, a medida que los niños logren el dominio de las capacidades y de los conceptos a trabajar.

Se recomienda cambiar cada mes o bimestre las tablas o gráficos para registrar la asistencia de los niños.

		JUNIO																													
		L	M	M	J	V	L	M	M	J	V	L	M	M	J	V	L	M	M	J	V	L	M	M	J	V	L	M	M		
1	NOMBRES	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
2	Ana																														
3	Bertha																														
4	Carlos																														
5	Dina																														
6	Elena																														
7	Francisco																														
8	Gabriela																														
9	Jhon																														
10	Juan																														
11	Luis																														
12	Mariana																														
13	Marco																														
14	Mónica																														
15	Pedro																														
16	Rosa																														
17	Zulema																														
ASISTIERON																															
FALTARON																															

Figura 1. Tabla de doble entrada.

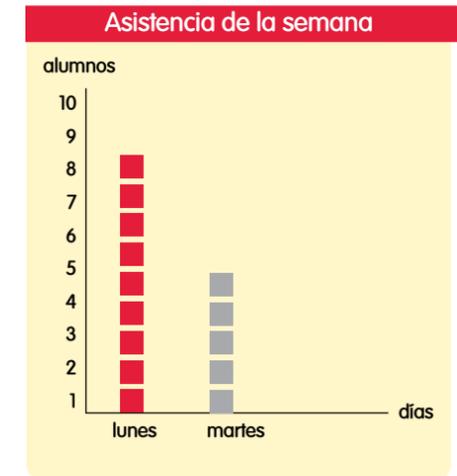
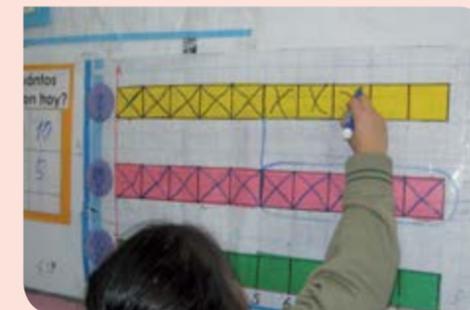


Figura 2. Diagrama de barras verticales.

Cartel simple



Fotografía 2. Cartel simple.



Fotografía 3. Diagrama de barras horizontales.

Relación con las capacidades e indicadores

Esta actividad está orientada a usar los números con sentido, a partir de una situación real, para leer y escribirlos, cuantificar, resolver problemas aditivos y aplicar diversas estrategias que permitan comparar, ordenar, estimar y calcular cantidades; por esto, se convierte en una actividad potente para desarrollar las capacidades matemáticas y realizar conexiones con otras competencias matemáticas y otros aprendizajes.

A partir del cartel, se pueden realizar preguntas y tareas para desarrollar las capacidades, las cuales se gradúan y se planifican en la unidad en una secuencia de sesiones. Dependiendo del tipo de tarea, es posible diseñar sesiones para afianzar o construir los conocimientos matemáticos.

Esta actividad también puede ser usada para desarrollar la competencia Actúa y piensa en situaciones de gestión de datos e incertidumbre, al recolectar y registrar la información en diversas tablas y gráficos estadísticos, al analizar la información presentada para tomar decisiones respecto de poder ayudar a los compañeros que faltan a clases.

Aplicaciones de la estrategia

Aplicación 1: para matematizar situaciones

Las tablas y los gráficos constituyen un modelo donde se expresa la cantidad de niños que asistieron al aula, en virtud de ello, son un reflejo de la realidad. En el cartel simple de la fotografía 2, por ejemplo, cada tarjeta representa un niño.

Con cada modelo de cartel es posible plantear preguntas para distintos problemas aditivos, los cuales implican también un modelo de solución. Así, para un problema de combinación, conviene trabajar con tablas simples donde se visualice la cantidad de niñas y la cantidad de niños. Para problemas de igualación y comparación, se recomiendan los diagramas de barras o los pictogramas.

- Preguntas para problemas de combinación 1: ¿cuántas partes o grupos hay?; ¿la primera parte corresponde a...?; si juntamos a los niños y a las niñas, ¿qué obtenemos?
- Preguntas para problemas de comparación 1: ¿hoy han venido más niños o niñas?, ¿cuántos niños más que niñas hay?
- Preguntas para problemas de igualación: ¿hay la misma cantidad de niños que de niñas?, ¿cuántas niñas deberían venir para igualar la cantidad de niños?
- Preguntas para problemas de cambio 1: si llegaron dos niños más, ¿cuántos niños hay ahora?; si llegaron tres niñas más, ¿cuántas niñas hay ahora?

Las preguntas realizadas por cada problema aditivo se deben planificar y secuenciar. Al ser una actividad permanente, lo recomendable es realizar pocas preguntas, de manera que pueda haber un espacio de tiempo adecuado para que los niños expliquen sus estrategias y razonamientos.

Aplicación 2: para comunicar y representar ideas matemáticas

Con el cartel, los niños tienen la oportunidad de:

- Expresar de forma oral o escrita las cantidades.
- Comparar las cantidades con apoyo de material concreto o de la cinta numérica.
- Representar las cantidades de diversas formas: con material concreto, en decenas y unidades, o con palotes.
- Escuchar cómo sus compañeros explican sus ideas sobre contar, comparar, escribir, leer y representar los números.

Niñas	Niños
7	3

Figura 3. Cartel simple de registro con palotes.

Hoy vinieron			
	D	U	
 Niñas		7	
 Niños		9	
Total	1	6	
10 + 6	1D	6U	

Figura 4. Cartel simple con tablero posicional.

3.1.2 Comprar y vender en La tiendita

Descripción

A partir de la organización y el desarrollo de actividades en el sector de la tiendita, surgirán situaciones auténticas en las que la matemática no se presentará como algo aislado, sino como algo real e integrado en el quehacer cotidiano.

¿Qué necesitamos?

- Conseguir envases de diferentes tipos de productos que suelen venderse en una tienda, un mercado o un supermercado.
- Buscar folletos o encartes con los precios de los productos.
- Organizar los espacios o las zonas del aula para convertir parte de ella en una tienda.
- Colocar estantes o mesas con cajas recicladas o sogas en línea que sirvan para colgar los productos.
- Etiquetar los productos con los precios.
- Elaborar monedas y billetes.

Relación con las capacidades e indicadores

Las actividades relacionadas con La tiendita tienen como propósito que los niños vivencien el uso real de los números en situaciones que impliquen contar y clasificar objetos, medir el tiempo y el peso, calcular precios, etc. Así podrán desarrollar la capacidad de matematizar al identificar datos y expresarlos en un modelo de solución aditivo; comunicar y representar al expresar los precios de los productos de distintas formas; elaborar y usar estrategias para calcular o estimar el vuelto o el total, razonar y argumentar al explicar por qué organizaron de determinada manera los productos o justificar los procedimientos de cálculo mental o escrito que usaron.

Pasos o momentos de la estrategia

1.º Clasificamos

- Realizan distintas clasificaciones, identificando los criterios o atributos con los que formarán los grupos y subgrupos. Por ejemplo: los que se pesan (verduras, frutas) y los que no se pesan (yogur, aceite, etc.); los que son alimenticios y los que no; los que son carnes, pescados, frutas, verduras, lácteos, etc.

2.º Buscamos precios

- Buscan números menores que 10 o mayores que 20, en los diarios, revistas o encartes publicitarios dependiendo del nivel de los niños. Leen y escriben los precios de los productos; por ejemplo, de las frutas, en cantidades enteras (en soles) y los organizan en una tabla de menor a mayor.
- Reconocen el valor de cada una de las cifras en decenas y unidades, y representan con diversos materiales concretos el precio de los productos.

3.º Etiquetamos los productos

- Leen y escriben los precios de los productos.
- Reconocen el valor de cada una de las cifras en decenas y unidades.
- Representan con diversos materiales concretos el precio de los productos.

4.º Elaboramos un horario para jugar a la tiendita

- Establecen horarios para abrir o cerrar la tienda, identificando los días de la semana que abren y la hora exacta en que pueden jugar. Organizan la información en un cuadro o una tabla.

5.º Hacemos canjes

- Describen con frases simples el cambio realizado.
- Representan diferentes formas de pagar con S/. 5 y S/. 10.
- Descomponen en soles un billete de S/. 10.

6.º Utilizamos estrategias de cálculo para comprar y vender

- Resuelven problemas aditivos y sustractivos en las compras y ventas.
- Plantean un modelo de solución con billetes y monedas y con material concreto.
- Emplean estrategias de cálculo escrito y mental.

7.º Estimamos el peso

- Estiman el peso de los objetos, cuál pesa más o menos usando su cuerpo, una balanza artesanal o viendo la etiqueta de los productos.
- Usan la balanza e identifican las diferentes pesas.

Funciones del número

En los primeros grados resulta fundamental proponer situaciones que permitan a los niños construir con sentido las funciones del número.

Según Chamorro (2006), las funciones esenciales del número en los primeros niveles de escolaridad están relacionadas con lo siguiente:

Medir una colección. Asignar un número natural a una colección, expresar su medida o cuantificarlo: ¿cuántos objetos hay?

Producir una colección. Es la operación inversa a la anterior y consiste en construir una colección de objetos cuyo cardinal conocemos: 5 libros, 6 lapiceros, etc.

Ordenar una colección. Asignar una determinada posición a los elementos de una

3.1.3 Una situación para contar: El cohete

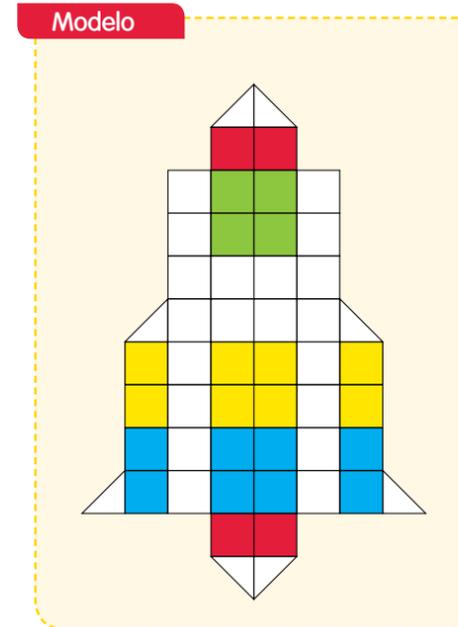


Figura 5. Modelo a reproducir por los niños.

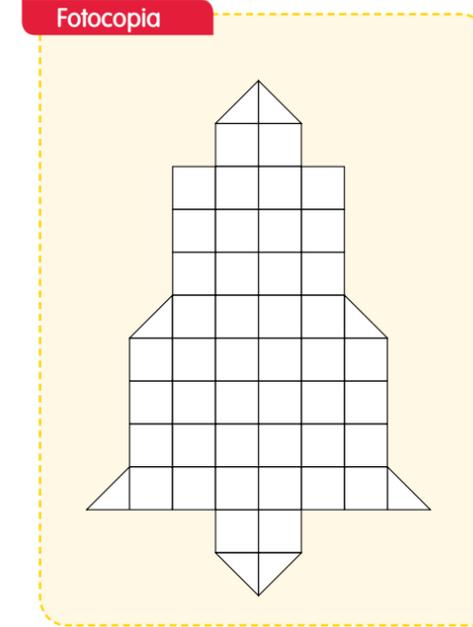


Figura 6. Modelo a ser completado por los niños.

¿Qué necesitamos?

- Hojas fotocopiadas del cohete sin colores o papelotes cuadriculados con el modelo dibujado.
- Modelo a reproducir del cohete con los papeles de colores.
- Papeles de colores en forma de cuadradiños, organizados en cajas.
- Goma y hojas en blanco para que los niños escriban sus mensajes.

Con esta actividad, los niños comunican y representan ideas matemáticas, elaboran y usan estrategias.

Relación con las capacidades e indicadores

El propósito de esta actividad es que los niños trabajen con los números en una situación real que les permita matematizar al medir y producir una cantidad, y puedan usarlos para estimar cantidades y recordar la posición de objetos en una cuadrícula. Además, podrán comunicar y representar al leer y escribir mensajes numéricos, y desarrollar estrategias de conteo adecuadas para no equivocarse y determinar la posición de los papeles de colores.

Aplicación de la estrategia

- Se indicará que los niños reproduzcan el modelo usando papeles de colores, para lo cual pedirán por escrito lo que necesiten.
- El modelo a reproducir estará lejos de su visión directa. Puede colocarse en la pared, a espaldas de ellos, o en la parte lateral del escritorio del docente. No en la pizarra.
- Los niños escribirán, en su propio lenguaje o usando códigos o dibujos, la cantidad de papeles que necesitan por cada color; el docente deberá entregarles lo solicitado.
- Luego, pegarán los cuadraditos en la posición que logren memorizar; se podrán acercar al modelo las veces que sea necesario, pero luego, en otras actividades similares, se restringirá el número de acercamientos.
- Al finalizar la actividad, los niños deberán comparar su trabajo con el modelo, lo que les dará completa autonomía para validarlo.

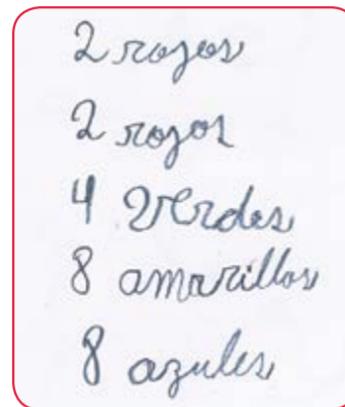
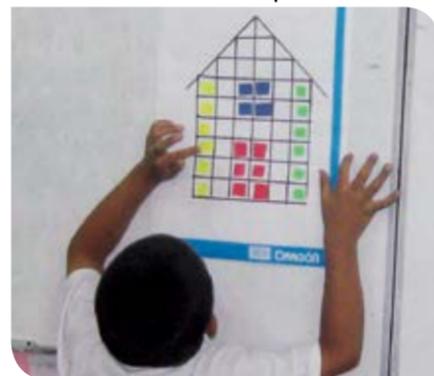


Figura 7. Mensaje escrito de las fichas que necesitan los niños.



Fotografía 4. Otro modelo: La casita.

A partir de esta actividad, se pueden plantear diferentes tareas aumentando el nivel de dificultad (agregando otros colores y formas), de modo que los niños desarrollen la memoria de cantidad y ubicación espacial, creándose la necesidad de usar los números y el conteo como la estrategia más apropiada para enfrentar esta clase de retos.

Para tener en cuenta

Puedes ampliar la información de esta actividad en el blog: "Enseñando a aprender. Aprendiendo a enseñar" (<http://aprendiendoeninfantil.com>) en la etiqueta lógico matemática.

3.1.4 Buscamos números en diversos textos

Descripción

Esta estrategia consiste en realizar una búsqueda de números que aparecen en diversos textos de tarjetas, invitaciones, noticias, calendarios, etiquetas, el DNI, encartes, entre otros, cercanos y conocidos para el niño. Una vez identificados los números, se trabaja sobre sus diferentes usos, por ejemplo, en una invitación podemos encontrar números que nos indican direcciones y otros que nos indican la hora y la fecha. De esta manera los niños van afianzando el proceso

Siete contextos de utilización del número
El número según Fuson, citado en Chamorro (2006) distingue siete contextos:
Tres contextos matemáticos: cardinal, ordinal y medida.
Dos Contextos social y utilitario: secuencia y conteo.
Contexto simbólico (números mágicos, cálculos) y contexto no numérico (etiquetas, dni)

Relación con las capacidades e indicadores

El propósito de esta actividad es que los estudiantes comuniquen y representen los usos de los números en diversos contextos y también problematizar al resolver problemas relacionados con el tiempo usando diversas estrategias de cálculo.

Aplicación de la estrategia

Se distribuirán las tarjetas de invitación entre los niños y se realizarán las siguientes indicaciones y preguntas:

- Lean en silencio la invitación y escriban los datos que aparecen en esta. ¿Qué significan los números allí escritos? ¿Todos los números que aparecen en la tarjeta tienen el mismo significado? ¿Por qué? ¿Qué podemos averiguar usando estos números?



El uso de los números se presenta en diversos contextos de la vida diaria. Aun cuando los niños no sepan cómo se leen o se escriben, pueden anticipar algunas de sus funciones.

En este caso:

- 28 de diciembre: el número indica la fecha en que se celebrará la fiesta.
- 4:00 p. m.: los números indican la hora en que comenzará la fiesta.
- 7:00 p. m.: los números indican la hora en que terminará la fiesta.
- n.º 550: el número indica la dirección de la casa.
- 2015: el número indica el año en que se realizará la fiesta.

Realiza otras preguntas para que puedan matematizar y elaborar estrategias. Por ejemplo:

- Si la fiesta es a las 4:00 p. m., ¿a qué hora debes alistarte para que llegues puntual?
- Si hoy es 15 de diciembre, ¿cuántos días faltan para la fiesta?

El sistema de numeración decimal

De acuerdo con Chamorro (2006), el sistema de numeración decimal permite:

- **Generar la representación de todos los números naturales** a partir de solo diez cifras: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9.
- **Comparar dos números naturales cualesquiera.** Por ejemplo, para comparar 345 y 98, es más económico indicar que 345 es mayor que 98 —porque el primero se escribe con tres cifras—, que construir una colección de 345 objetos.
- **Operar y calcular.** Los procedimientos de cálculo oral o escrito se basan en la descomposición y recomposición de los números de diversas formas, para lo cual es necesario conocer las propiedades de nuestro sistema de numeración decimal. Asimismo, los algoritmos de las operaciones aritméticas básicas y sus técnicas operatorias se han construido con base en estos principios.
- **Reconocer las propiedades de los números.** La escritura de los números permite deducir directamente muchas de sus propiedades. Así, por ejemplo, el número 12 es un número par, y es divisible por 2, 3, 4, 6...
- **Designar oralmente.** El sistema de numeración oral se ha construido a partir del sistema de numeración escrito, articulando los principios aditivos y multiplicativos. Así, por ejemplo:
 $16 = 10 + 6$, por lo que se lee dieciséis;
 $45 = 4 \times 10 + 5$, por lo que se lee cuarenta y cinco.



El valor posicional de las cifras

Para comprender mejor el valor posicional de los números, es necesario recordar que el sistema de numeración decimal está formado por un conjunto finito de signos, reglas y convenios que permiten representar la serie infinita de los números naturales (Castro, 2001). La base o el principio de agrupamiento de este sistema es diez, por ello el nombre de decimal.

Ejemplo 1

Representamos 15 pelotas. Esta cantidad se puede expresar de diversas maneras:

- Con agrupamiento simple, quedando cinco pelotas sin agrupar.
- El conjunto de diez pelotas constituye una decena, por lo que se canjea por una barrita, y las cinco pelotas se canjean por cinco cubitos.
- La barra de una decena se puede expresar con el dígito 1 y los cinco cubitos con el dígito 5.

Con agrupamiento simple	Con el material Base Diez	Con cifras
		15 representa: un grupo de diez o una decena. El 5 a las cinco unidades sin agrupar.

Ejemplo 2

Representamos 120 pelotas. Por ser una cantidad mayor, se puede expresar de la siguiente manera:

- Los agrupamientos simples en grupos de diez resultan ser doce de diez unidades, siendo mayor que la base (10); en tal sentido, se hace necesario realizar un agrupamiento múltiple.
- Como hay doce grupos de diez pelotas en cada uno, se hace necesario un reagrupamiento. Se unen los diez grupos en uno nuevo, quedando un grupo con diez decenas y dos decenas de chapitas sin agrupar.
- El grupo de diez decenas se canjea por una placa y los dos grupos de diez se canjean por dos barritas.
- Podemos expresar la placa de la centena con el dígito 1, las dos barras de la decena con el dígito 2, y, como no hay unidades, estas se expresan con el dígito 0.

Con agrupamiento simple	Con el material Base Diez	Con cifras
		120 representa: un agrupamiento múltiple (1 centena), dos grupos con agrupamientos simples (2 decenas) y 0 unidades sueltas.

- Cada diez unidades de un orden forman una unidad de orden inmediato superior y se escribe a la izquierda de la primera.
- Hay diez cifras o dígitos (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9) que componen todo el sistema de numeración decimal mediante diversas combinaciones.

En esta actividad se experimenta usando el material concreto. Experimentar con las matemáticas es inventar, crear a partir de los propios medios para hallar caminos de solución a problemas que se han planteado.

- Las unidades de orden superior se representan por posiciones ordenadas que van en orden ascendente de derecha a izquierda.

3. ^{er} orden	2. ^o orden	1. ^{er} orden
C	D	U
1	2	0



- Cada dígito tiene un valor relativo que depende de la posición que ocupe. Por ejemplo, el número 111 está compuesto por tres 1, sin embargo, cada 1 tiene un valor diferente según su ubicación. Así:

Con material Base Diez	En el tablero de valor posicional	Con cifras									
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>3.^{er} orden</th> <th>2.^o orden</th> <th>1.^{er} orden</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>C</td> <td>D</td> <td>U</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>1</td> <td>1</td> </tr> </tbody> </table>	3. ^{er} orden	2. ^o orden	1. ^{er} orden	C	D	U	1	1	1	El 1 del segundo orden es igual a diez unidades; por lo tanto, es diez veces mayor que el 1 del primer orden; el 1 del tercer orden es igual a diez decenas, por ello, es diez veces mayor que el 1 del segundo orden.
3. ^{er} orden	2. ^o orden	1. ^{er} orden									
C	D	U									
1	1	1									

3.1.5 ¿Quién llega primero a 100?

Descripción

Esta estrategia consiste en ir agregando las cantidades que se obtienen al lanzar un dado, hasta lograr llegar a 100. En el transcurso de la actividad, el niño debe realizar los canjes necesarios con el material Base Diez.

Relación con las capacidades e indicadores

El propósito de esta actividad es que los niños desarrollen la capacidad de razonar y argumentar ideas matemáticas, al indicar quién está ganando en el juego, y que expliquen por qué. La sustentación deberá estar basada en el principio de valor posicional de los números, y en lo que comprenden sobre el sistema de numeración decimal y los canjes de diez unidades a una decena y de diez decenas a una centena.

Aplicación de la estrategia

¿Qué necesitamos?

- Dos dados.
- Material Base Diez (placas, barras y cubitos, por grupo).
- Tablero de valor posicional trazado en una hoja de papel bond, forrada con una mica (para cada integrante).

Se establecerán los turnos del juego. Cada participante lanzará los dados, sumará las cantidades que obtenga y representará el resultado con el material Base Diez y en el tablero de valor posicional. En caso de que acumule diez o más unidades sueltas, realizará los canjes correspondientes. Durante el juego, se pueden realizar preguntas como estas: ¿a cuántas unidades representa...?, ¿por qué?, ¿quién está ganando?, ¿por cuánto?, ¿por qué? Ganará el juego quien forme primero una placa o centena.

Una variante del juego es que se parta de una placa de una centena y que, al lanzar los dados, se quite la cantidad obtenida. Quien se quede sin nada, será el ganador. En este caso se realiza un proceso inverso al anterior: se descompone una centena en diez

3.1.6 Orientaciones para estimar y comparar

La estimación es la valoración aproximada de algo, una práctica mental que incluye elementos de intuición y de lógica. Está inmersa en la vida cotidiana; por ejemplo, cuando decimos que alguien tiene más dinero que otro, sin contar, o cuando decimos que alguien tomó la mitad de un vaso de agua, solo mirando el vaso.

Por ser la estimación una práctica cotidiana, es necesario motivar en los niños la habilidad para estimar buscando en todo momento que desarrollen tanto el aspecto conceptual como procedimental, a fin de que puedan predecir situaciones probables; proponer respuestas aproximadas de manera rápida; plantear conjeturas, resolverlas, valorarlas y/o modificarlas si es necesario; utilizar comprensivamente los conceptos relacionados con la numeración, las operaciones y la medida; tolerar el error encontrándole sentido; reformular problemas a formas más manejables; y también aplicar distintas estrategias de estimación sabiendo elegir la más conveniente a la situación planteada.

Estrategias para estimar cantidades de objetos

Descripción

- Percepción global. Se realiza a través de la observación directa de la cantidad de objetos.
- Comparación con alguna cantidad que les es familiar (referente). En los primeros grados pueden ser los números perceptuales o establecer límites; por ejemplo, tiene más de 20 o menos de 10.
- Contando mientras tienen tiempo y añadiendo lo que piensan que falta contar; por ejemplo, hasta acá hay 10 y en lo que falta contar habrá 10 más, entonces, son 20.

Estrategias para estimar números sencillos y operar con ellos

Descripción

- Redondeando a la decena más cercana. Por ejemplo: para una actuación se han acomodado las sillas en filas que tienen entre 9 y 11 de estas. Para estimar cuántas personas podrán sentarse se puede aproximar a la decena y contar de 10 en 10.
- Está más cerca de una decena. Por ejemplo: 18 está más cerca de 20, por lo tanto, tomamos 20; sin embargo, 12 está más cerca de 10, por lo que conviene tomar el 10 y operar con él.
- La sustitución. Consiste en reemplazar o sustituir un dato completo con el que resulta complicado operar por otro próximo con el que desaparece la dificultad. Por ejemplo: si se tienen 38 caramelos para repartir entre 8 estudiantes, el 38 lo reemplazamos por 40 y decimos que a cada uno debemos darle entre 4 y 5 caramelos.

Al realizar estimaciones se utilizan expresiones como "aproximadamente", "casi", "más cerca de", "entre", "un poco menos que", etc., lo que da una idea de que la matemática implica algo más que una ciencia exacta.

En cuanto a la comparación, es importante porque promueve el desarrollo de los procesos de pensamiento de los niños al establecer similitudes y diferencias, lo que conduce a que sean capaces de reconocer las propiedades de los elementos o las cantidades que se están comparando.



Las estrategias para comparar

Descripción

- Con las cantidades pueden comparar de forma perceptiva, al representarlas con el material Base Diez, con las regletas o en el ábaco. Dirán que es mayor, porque hay muchos y aquí pocos. Es recomendable realizar actividades para comparar, por ejemplo, tres barras de decenas y diez cubitos: ¿funcionará este mismo criterio para comparar?
- Si ubican los números en la recta numérica, el mayor es el que está a la derecha.
- Comparan por el tamaño de las cifras; es decir, si tienen dos o tres cifras, el mayor es el que tiene más cifras.
- Si son números, comparan dígito por dígito, desde la cifra de mayor orden, es decir, desde la izquierda; si las cifras de las decenas son iguales, comparan las cifras de las unidades.

3.1.7 ¿Dónde hay más?

Descripción

Esta estrategia consiste en presentar a los niños dos o más recipientes conteniendo diferente cantidad de objetos. Asimismo, los objetos de cada recipiente deben ser distintos y tener varios tamaños a la vista.

Una vez que los niños observan bien los recipientes deben comparar las cantidades de objetos: a simple vista al inicio y realizando conteo después, para comprobar sus resultados.

Relación con las capacidades e indicadores

El propósito de esta actividad es que los niños desarrollen la capacidad de comunicar y representar ideas matemáticas al utilizar los cuantificadores comparativos "más que" y "menos que", para referirse a las cantidades de objetos a comparar; elaboran y usan estrategias para estimar con base en la observación (objetos en las botellas), a usar las agrupaciones y a descomponer en partes la cantidad a estimar y luego sumar o multiplicar. También razonan y argumentan al elaborar conclusiones como esta: no siempre hay más objetos cuando estos ocupan mayor espacio, pues depende del tamaño de cada objeto o de la dispersión.

Aplicación de la estrategia

¿Qué necesitamos?

- Dos botellas transparentes: una con canicas hasta la mitad y otra casi llena con "yaxes".
- Otros objetos a utilizar pueden ser semillas o piedritas.

Se mostrará a los niños las dos botellas y se preguntará: ¿qué hay más: canicas o "yaxes"? Cuando hayan dado sus respuestas, se hará esta pregunta: ¿cómo lo saben? Es probable que los niños respondan, por ejemplo, que lo saben porque la botella de "yaxes" está más llena que la otra. Luego, se formulará otra interrogante: ¿cómo pueden comprobar su respuesta? Se espera que los niños propongan realizar conteos. Para seguir retándolos, es necesario preguntar: ¿cómo podrían hacerlo más rápido?



A fin de comprobar sus respuestas, se recomienda realizar agrupaciones de dos en dos, de cinco en cinco, de diez en diez, entre otras. Finalmente, a quienes acertaron con la respuesta, se les preguntará qué tuvieron en cuenta para llegar a ella.

3.1.8 Orientaciones para la resolución de problemas

Autores como Polya, Burton, Mason, Stacey y Shoenfeld sugieren pautas para la resolución de problemas. Los siguientes pasos (García, 1992) se basan en los modelos de dichos autores:

Pasos de la estrategia

1. Comprender el problema.

- Lee el problema despacio.
- ¿De qué trata el problema?
- ¿Cómo lo dirías con tus propias palabras?
- ¿Cuáles son los datos? (lo que conoces). ¿Cuál es la incógnita? (lo que buscas).
- ¿Cuáles son las palabras que no conoces en el problema?
- Encuentra relación entre los datos y la incógnita.
- Si puedes, haz un esquema o dibujo de la situación.

2. Concebir un plan o diseñar una estrategia.

- ¿Este problema es parecido a otros que ya conoces?
- ¿Podrías plantear el problema de otra forma?
- Imagínate un problema parecido pero más sencillo.
- Supón que el problema ya está resuelto, ¿cómo se relaciona la situación de

3. Llevar a cabo el plan o ejecutar la estrategia.

- Al ejecutar el plan, comprueba cada uno de los pasos.
- ¿Puedes ver claramente que cada paso es el correcto?
- Antes de hacer algo, piensa: ¿qué consigo con esto?
- Acompaña cada operación matemática de una explicación contando lo que haces y para qué lo haces.
- Cuando tropieces con una dificultad que te deja bloqueado, vuelve al principio, reordena las ideas y prueba de nuevo.

4. Reflexionar sobre el proceso seguido. Revisar el plan.

- Lee de nuevo el enunciado y comprueba que lo que te pedían es lo que has averiguado.
- Fíjate en la solución. ¿Te parece que lógicamente es posible?
- ¿Puedes comprobar la solución?
- ¿Puedes hallar alguna otra solución?
- Acompaña la solución con una explicación que indique claramente lo que has hallado.
- Utiliza el resultado obtenido y el proceso que has seguido para formular y

Orientaciones para el planteamiento de problemas

- El **verdadero problema** es aquel que pone a los niños en una situación nueva, ante la cual no disponen de procedimientos inmediatos para su resolución. Por ende, un problema se define en cuanto a su relación con el sujeto que lo enfrenta y no en cuanto a sus propiedades intrínsecas; es un reactivo que involucra a los niños en una actividad orientada a la abstracción, la modelación, la formulación, la discusión, etc. (Isoda y Olfos, 2009).
- Un **buen problema** para la clase es aquel accesible a la mayor parte de los estudiantes y cuya resolución admite varios métodos o caminos, tanto intuitivos como formales. Si bien el proceso de exploración es lento, lleva a una comprensión más profunda. (Isoda y Olfos, 2009).



¿Cómo diferenciar un problema de un ejercicio?

Veamos el siguiente cuadro de semejanzas y diferencias:

Criterios	Ejercicio	Problema
Según las acciones	La actividad es simple y reproductiva. Se precisa que los niños apliquen un algoritmo, una fórmula o conocimientos ya adquiridos.	Requiere un tiempo de comprensión de la situación, diseñar estrategias y desarrollarlas, así como evaluar sus resultados y consecuencias.
Cantidad y calidad	Resolver una gran cantidad de ejercicios no garantiza ser un buen resolutor de problemas.	Los buenos resolutores invierten tiempo en dos procesos: la comprensión y la metacognición o evaluación de sus resultados.
Desarrollo de capacidades	Los niños desarrollan conocimientos aprendidos.	Desafía y motiva a los niños a investigar, experimentar, hallar regularidades y desarrollar estrategias de resolución.
Desarrollo de cualidades personales	Reproducir conocimientos, procedimientos, técnicas y métodos genera, con el tiempo, pasividad en los niños.	Despierta una alta motivación y participación por querer resolver el problema. Moviliza experiencias previas y conocimientos adquiridos. Los niños formulan supuestos, experimentan, trazan planes y, por último, sienten la satisfacción de haber hallado la solución.

Problemas aritméticos elementales verbales (PAEV)

Los problemas aritméticos nos muestran las diferentes situaciones de la realidad en las cuales se aprecia fenómenos que responden al campo aditivo (adición y sustracción) o al campo multiplicativo (multiplicación o división).

En este ciclo se desarrollaran problemas aditivos de una etapa o de un solo paso, pues para su resolución solo se requiere de una operación. Se resuelven por medio de la adición o la sustracción. Estos problemas presentan datos (cantidades) y establecen entre ellos relaciones de tipo cuantitativo. Las preguntas hacen referencia a la determinación de una cantidad, y necesitan la realización de operaciones aritméticas para su resolución. Pueden ser de contexto real —ocurren efectivamente en la realidad— o factibles de producirse.

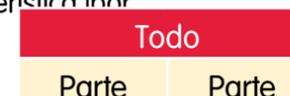
Se clasifican en problemas de cambio, combinación, comparación e igualdad.

Describiremos los problemas aditivos-sustractivos sugeridos para el III ciclo, en los cuales se darán sugerencias sobre los tipos de modelos de solución planteados con material concreto, pictórico y gráfico.

1. Problemas de combinación (CO)

Estos problemas presentan las siguientes características:

- Se evidencian las acciones de juntar y separar.
- Hay dos cantidades, las cuales se diferencian en alguna característica (por ejemplo, las cantidades pueden ser de trompos y de canicas).
- La cantidad total o el todo se obtiene cuando se reúnen las dos cantidades anteriores.
- Surgen dos tipos de problemas: combinación 1 y combinación 2.



Combinación 1 (CO1)

Luis tiene 6 camioncitos y José 8 trompos. ¿Cuántos juguetes tienen los dos juntos?

Se conocen las dos partes y se pregunta por el todo.

Es un problema en el que se usa la adición.

Sugerido para el primer grado.

Modelo cardinal donde se evidencia las cantidades



Modelo longitudinal con regletas



Modelo gráfico



Modelo numérico

$$\begin{array}{c}
 6 + 8 = ? \rightarrow \text{total} \\
 \text{camioncitos} \quad \leftarrow \quad \rightarrow \quad \text{trompos}
 \end{array}$$

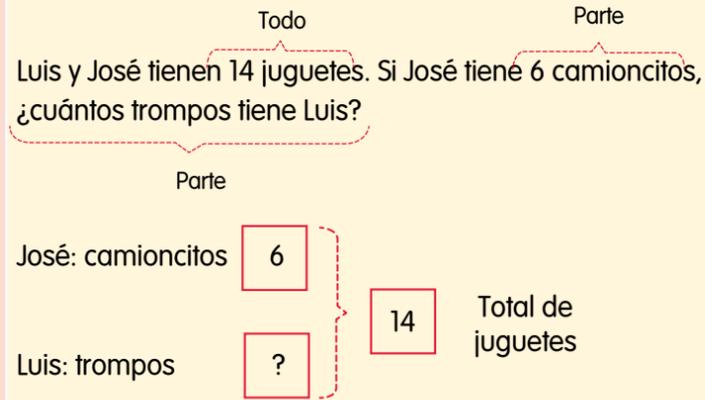
Combinación 2 (CO2)

Luis y José tienen 14 juguetes. Si José tiene 6 camioncitos, ¿cuántos trompos tiene Luis?

Es inverso al problema anterior. Se conoce el todo y una de sus partes; luego, se pregunta por la otra parte.

Es un problema en el que se usa la sustracción.

Sugerido para el segundo grado.



2. Problemas de cambio (CA)

Estos problemas presentan las siguientes características:

- Se evidencian las acciones agregar-quitar, avanzar-retroceder y ganar-perder.
- La cantidad inicial y la que se agrega o quita son de la misma naturaleza.
- Se parte de una cantidad inicial, la cual se modifica en el tiempo para dar lugar a otra cantidad final.
- Las cantidades están relacionadas con la cantidad inicial, el cambio o la transformación, y la cantidad final.
- La cantidad inicial crece o decrece.
- Surgen seis tipos de problemas, según donde esté la incógnita o sean problemas para aumentar o disminuir.

Cambio 1 (CA1)

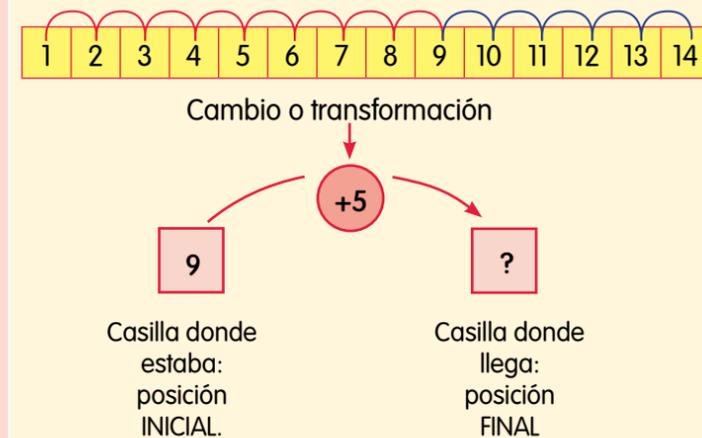
Se hace crecer la cantidad inicial y se pregunta por la cantidad final, que es de la misma naturaleza.

Es un problema en el que se usa la adición.

Sugerido para el primer grado.

Marisol juega en el camino numérico. Ella está en la casilla 9. Si lanza el dado y sale 5, ¿hasta qué casilla avanzará?

Modelo lineal en la cinta numérica:



Cambio 2 (CA2)

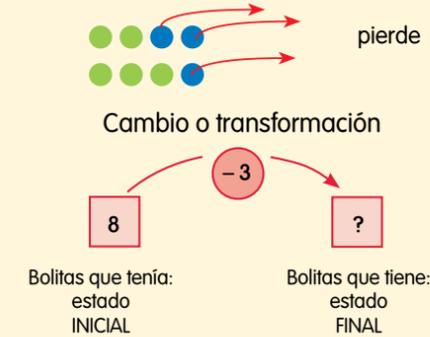
Se hace disminuir la cantidad inicial y se pregunta por la cantidad final, que es de la misma naturaleza.

Es un problema en el que se usa la sustracción.

Sugerido para el primer grado.

Nicolás tiene 8 bolitas. Si juega una partida con Micaela y pierde 3, ¿cuántas bolitas tendrá?

Modelo cardinal con material concreto:



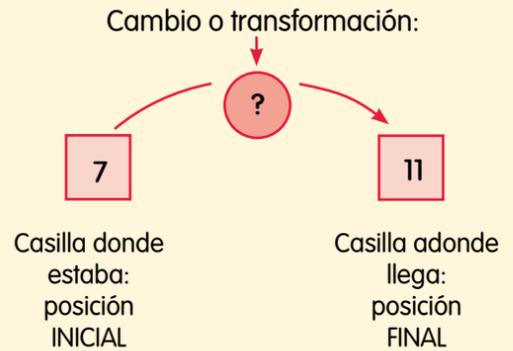
Cambio 3 (CA3)

Se conoce la cantidad inicial y la cantidad final, que es mayor que la cantidad inicial; luego, se pregunta por el aumento, que es el cambio o la transformación de la cantidad inicial.

Es un problema en el que se usa la sustracción.

Sugerido para el segundo grado.

Nicolás jugó en el camino numérico con Marisol. Él estaba en la casilla 7; después de haber lanzado el dado, puso su ficha en la casilla 11. ¿Qué ocurrió: avanzó o retrocedió?, ¿cuántas casillas?



Cambio 4 (CA4)

Se conoce la cantidad inicial y la cantidad final, que es menor que la cantidad inicial; luego, se pregunta por la disminución, que es el cambio o la transformación de la cantidad inicial.

Es un problema en el que se usa la sustracción.

Sugerido para el segundo grado.

Micaela tenía 16 bolitas, y después de jugar con Nicolás tiene 12. ¿Qué ocurrió con las bolitas que tenía?, ¿ganó o perdió bolitas?, ¿cuántas?



3. Problemas de comparación (CM)

Estos problemas presentan las siguientes características:

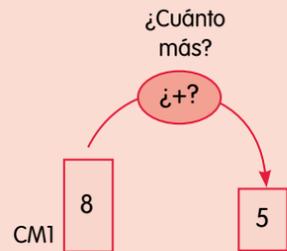
- Se comparan dos cantidades a través de las expresiones “más que” o “menos que”, y se establece una relación de comparación entre ambas.
- Los datos son las cantidades y la diferencia que existe entre ellas.
- La diferencia es la distancia que se establece entre las dos cantidades o la cantidad en que un conjunto excede al otro.
- Dado que una cantidad se compara con otra, una cantidad es el referente y la otra cantidad es la comparada, es decir, la cantidad que se compara con respecto al referente.
- Surgen seis tipos de problemas y en segundo grado, se sugiere trabajar con dos tipos.

A continuación, los problemas sugeridos para el segundo grado.

Comparación 1 (CM1)

Se conocen las dos cantidades y se pregunta por la diferencia “de más” que tiene la cantidad mayor respecto a la menor.

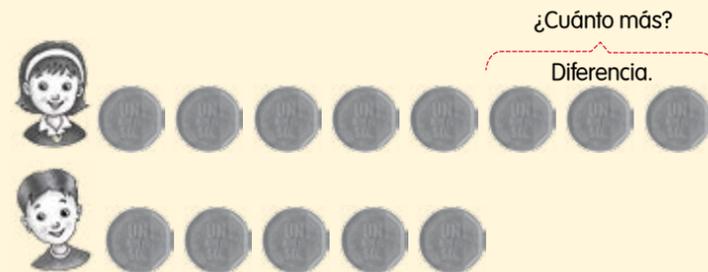
Es un problema en el que se usa la sustracción. Sugerido al finalizar el segundo grado.



Dos formas de presentar un mismo problema:

- Micaela tiene 8 monedas y Nicolás tiene 5. ¿Cuántas monedas tiene Micaela más que Nicolás?
- Micaela tiene 8 monedas y Nicolás tiene 5. ¿Cuántas monedas más tiene Micaela que Nicolás?

Este problema puede conducir al error, ya que los niños asocian “más que” a “sumar”.



Comparación 2 (CM2)

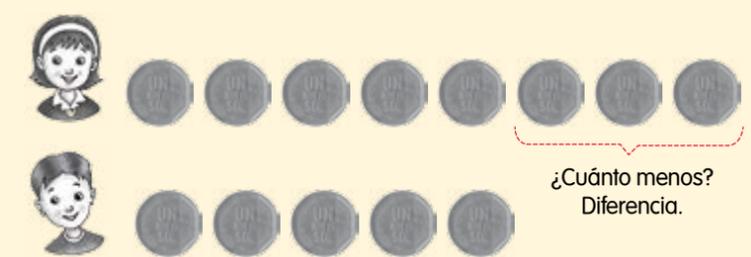
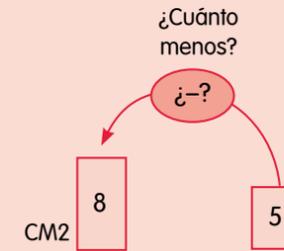
Se conocen las dos cantidades y se pregunta por la diferencia “de menos” que tiene la cantidad menor con respecto a la mayor.

Dos formas de presentar un mismo problema:

- Micaela tiene 8 monedas y Nicolás tiene 5. ¿Cuántas monedas tiene Nicolás menos que Micaela?
- Micaela tiene 8 monedas y Nicolás tiene 5. ¿Cuántas monedas menos tiene Nicolás que Micaela?

Es un problema en el que se usa la sustracción.

Sugerido para el segundo grado.



4. Problemas de igualación (IG)

Estos problemas presentan las siguientes características:

- En el enunciado se incluyen las expresiones “tantos como” o “igual que”.
- Se trata de igualar dos cantidades.
- Se actúa en una de las cantidades aumentándola o disminuyéndola hasta conseguir igualarla a la otra.
- Son al mismo tiempo problemas de cambio y de comparación, pues una de las cantidades se modifica creciendo o disminuyendo para ser igual a la otra.
- Surgen seis tipos de problemas, pero en el ciclo se trabajarán con dos tipos.

Igualación 1 (IG1)

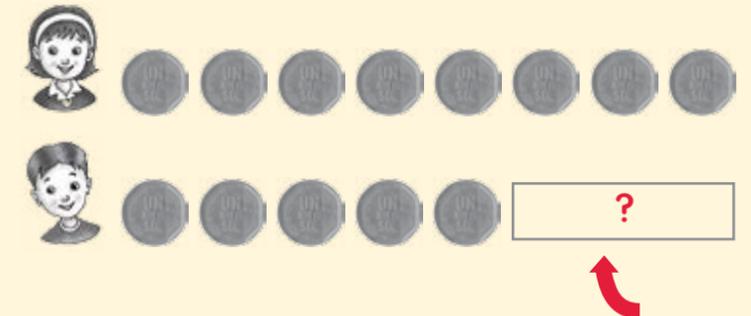
Se conocen las dos cantidades a igualar y se pregunta por el aumento de la cantidad menor para que sea igual a la mayor.

Es un problema en el que se usa la sustracción. Sugerido al finalizar el primer grado.



- Micaela tiene 8 monedas y Nicolás tiene 5. ¿Cuántas monedas le deben dar a Nicolás para que tenga igual cantidad que Micaela?

Este problema puede resultar difícil, porque los estudiantes asocian “añadir” o “agregar” a “sumar”. Por ello, no es conveniente usar palabras claves para resolver un problema como este.

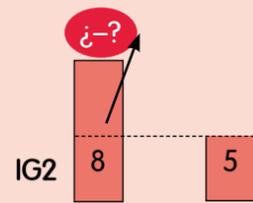


Igualación 2 (IG2)

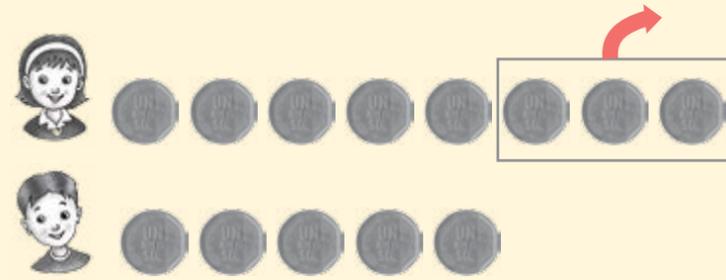
Se conocen las dos cantidades a igualar y se pregunta por la disminución de la cantidad mayor para que sea igual a la menor.

Es un problema en el que se usa la sustracción.

Sugerido al finalizar el segundo grado.



- Micaela tiene 8 monedas y Nicolás tiene 5. ¿Cuántas monedas debe perder Micaela para tener las mismas que Nicolás?



A continuación, se sugieren los problemas a desarrollar en el III ciclo.

Tipos de problemas \ Grado	Primero	Segundo
Combinación	1	1, 2
Cambio	1, 2	1, 2, 3, 4
Comparación		1, 2
Igualación	1	1, 2

5. Problemas de doble, triple y mitad

Iniciar a los niños de los primeros grados en la resolución de problemas de doble, triple y mitad tiene relación con la iniciación del sentido y significado numérico de la multiplicación como noción de sumar reiteradamente la misma cantidad y de la división como reparto en partes iguales. Abordar estos problemas no significa enseñarles el signo \times o el signo \div , sino que afronten el problema con sus propios recursos: dibujos, conteos, sumas o restas.

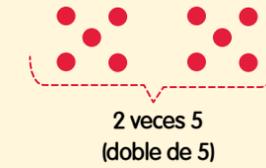


Problemas de repetición de una cantidad

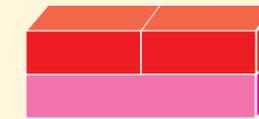
Se da la cantidad inicial y el número de veces que se repite (doble o triple); luego, se pregunta por la cantidad resultante, que es de la misma naturaleza.

Sugerido para el primer grado.

Félix lanza dos dados. Si obtiene el doble de 5, ¿cuántos puntos tendrá en total?



Encuentra dos regletas iguales y, luego, una regleta que sea igual a esas dos. Expresa lo realizado como el doble de:



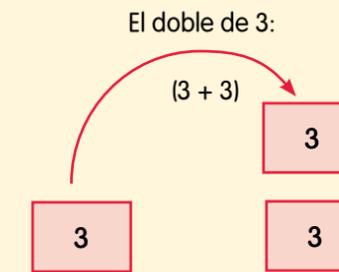
2 y 2 es 4.
2 veces se repite 2.
El doble de 2 es 4.

Comparación de dos cantidades "en más"

Se conoce la cantidad de uno y el número de veces que el otro tiene de más; luego, se pregunta por la cantidad resultante, que es de la misma naturaleza.

Sugerido para el segundo grado.

Tengo 3 lápices y mi primo tiene el doble que yo. ¿Cuántos lápices tiene mi primo?



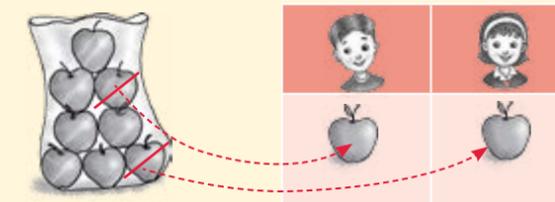
Tengo 3 lápices.

Mi primo tiene el doble: 6 lápices.

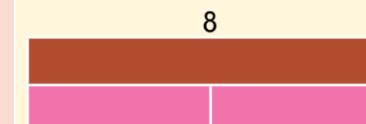
Problemas de reparto

Se conoce la cantidad total y esta se divide en dos partes iguales; luego, se pregunta por la cantidad resultante, que es de la misma naturaleza.

A dos niños de primer grado les regalaron una bolsa con manzanas y ellos decidieron repartírselas en dos partes iguales. ¿Cuántas manzanas recibió cada uno?



Dos regletas rosadas entran exactamente en la regleta marrón.



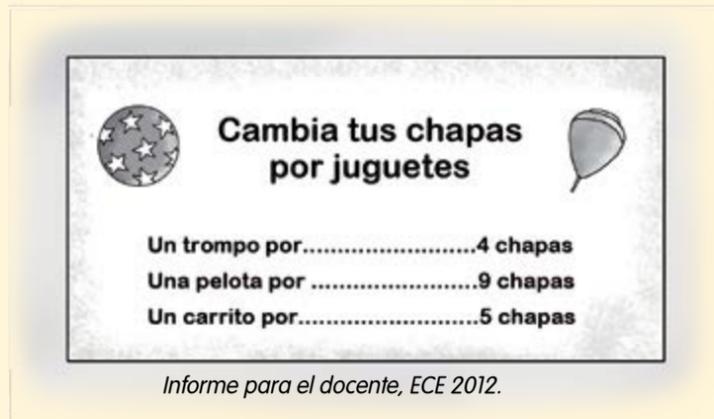
La mitad de 8 es 4 porque $4 + 4$ es 8.

6. Problemas de varias etapas

Son de varias etapas porque en ellos se realizan una o más acciones que implican juntar, separar, agregar o quitar, o una o más operaciones de adición o sustracción.

Aplicación de la estrategia

Entre Luis y Sara tienen 10 chapas. Las chapas de Luis son 8. Sara ha recibido un regalo de varias chapas, y con ello ha canjeado una pelota. ¿Cuántas chapas recibió Sara?



En este problema se evidencia un caso de combinación-cambio. Resolvámoslo aplicando la estrategia de resolución de problemas.

Comprender el problema

El problema dice... y se quiere que...

- Para comprender mejor el problema los niños pueden hacer una simulación o dramatización del mismo, teniendo en cuenta las acciones que realizan los personajes del problema.
- También pueden dibujar las acciones que realizan los personajes.

Pregunta:

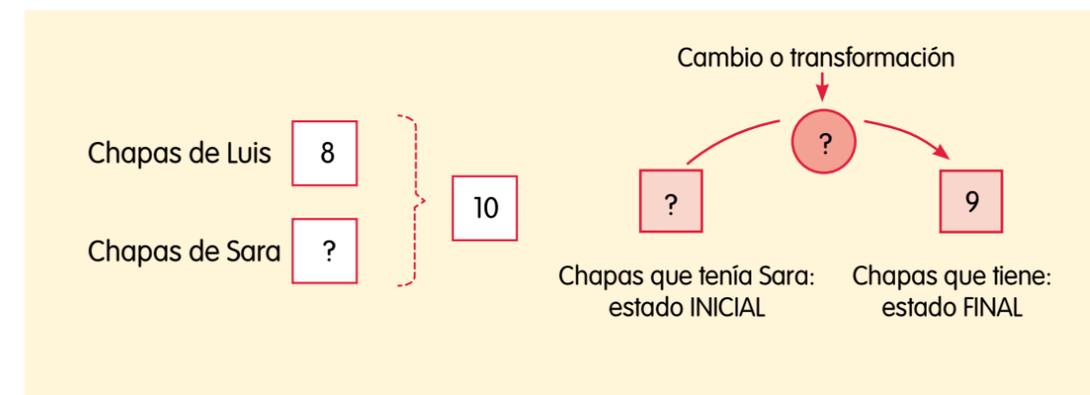
¿Qué nos piden en el problema?

¿Qué sabemos de los datos?:

- Luis y Sara tienen 10 chapas entre los dos. Se conoce el total.
- 8 chapas son de Luis y el resto es de Sara.
- Que le regalan varias chapas a Sara y esto no conocemos.
- Que necesita 9 chapas para canjear una pelota.



Planteemos un gráfico o un esquema del problema:



Pensar en un plan o diseñar una estrategia.

Para saber cuántas chapas tenía Sara, debemos hacer una resta. Después, tendremos que restar para saber cuántas chapas recibió de regalo. Así, a fin de resolver el problema, debemos hacer dos restas.

Llevar a cabo el plan o ejecutar la estrategia.

Realizamos las operaciones.

Con el resultado obtenido, ahora sabemos que...

Reflexionar sobre el proceso seguido. Revisar el plan.

Leemos de nuevo el enunciado y comprobamos que lo que nos pedían es lo que hemos averiguado.

Nos fijamos en la solución. ¿Es lógicamente posible? ¿La podemos comprobar? ¿Podemos hallar otra solución?

Junto a la solución, agregamos una explicación que indique claramente lo que hemos hallado.

Para tener en cuenta

Puedes obtener información sobre estos tipos de problemas consultando en la web con los siguientes criterios de búsqueda:

- Problemas aritméticos aditivos de dos etapas.
- Problemas aritméticos de varias operaciones combinadas.

Consulta este artículo en la web: <http://cumbia.ath.cx:591/pna/Archivos/CastroE94-146.PDF> (consultado el 12 de diciembre de 2014).



3.1.9 Estrategias de conteo para calcular

Descripción

Durante el primer grado, es necesario que los estudiantes enfrenten múltiples situaciones en las que puedan reconocer la utilidad de contar y de ser precisos, es decir, no saltarse ningún elemento o no contar a una persona dos veces, por ejemplo.

Al resolver un problema en el que aumenta o disminuye una cantidad, el primer procedimiento de los estudiantes es el siguiente:

- Materializar las cantidades con objetos, dibujos, dedos, etc.
- Resolver por conteo.

Aplicación de las estrategias

A continuación, algunas de las estrategias informales que usan los estudiantes de primer grado.

Reconteo $6 + 3$

Los estudiantes cuentan desde el 1 (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9) con material concreto o usando los dedos.
El reconteo también es denominado "cuenta concreta global" (Baroody, 2000).

Sobreconteo o contar a partir de $7 + 4$

7 "en mi cabeza", con los dedos cuentan 8, 9, 10, 11.
Esta estrategia también la realizan con material concreto o usando los dedos. Se parte de uno de los números y agregan la otra cantidad contando.

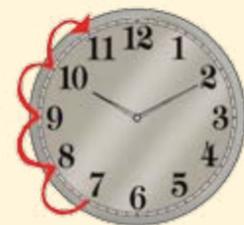
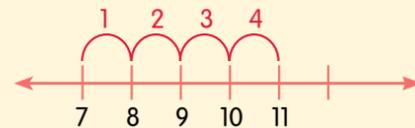
En la cinta o banda numérica $7 + 4$

Los estudiantes cuentan, por ejemplo, con una chapita, así: "Estamos en el 7 y avanzamos dando 4 saltos".



En la recta numérica o en el reloj $7 + 4$

Cuento 4 partir de 7...



3.1.10 Estrategias de cálculo mental

Descripción

Las estrategias que se proponen a continuación movilizan procesos de pensamiento en los niños y aplican propiedades y relaciones entre los números y el sistema de numeración decimal. Tienen un gran valor formativo, pues mejoran en ellos la comprensión del sistema de numeración, así como la atención y la concentración.

Estos procedimientos de cálculo mental, propician el desarrollo de la capacidad, elabora y usa estrategias y razonar y argumentar al explicar sus procedimientos y resultados.

Los niños pueden disponer de estrategias o procedimientos de cálculo propios, antes de adquirir los algoritmos formales de adición o sustracción de forma vertical. Con el tiempo, ellos abandonan espontáneamente los procedimientos concretos señalados e inventan procedimientos mentales para sumar o restar. Al culminar el III ciclo, ya deben haber desarrollado procedimientos mentales de resolución a partir de los problemas aritméticos.

1. Cálculos simples

- Calcular uno más ($1 + 6$ o $6 + 1$). Con el tiempo, los estudiantes se dan cuenta de que es más fácil comenzar desde el número mayor y la respuesta es el que le sigue en la recta numérica.
- Adición de sumandos hasta 4, es decir, todas las operaciones de la familia del 4 ($1 + 3$, $2 + 2$, $3 + 1$).
- Adición de sumandos hasta 6, porque al principio tendrán como apoyo el dado.
- Adición de dobles hasta 10 : ($2 + 2$, $3 + 3$, $4 + 4$, $5 + 5$...).

Antes de pasar a la enseñanza del algoritmo formal, es necesario desarrollar una base sólida de esta aritmética informal.

Diversas investigaciones afirman que los dobles y las combinaciones en las que se añade 1 a un número son más fácilmente memorizados. Asimismo, se señala que entre los dobles, $2 + 2$ es la primera combinación en ser memorizada, seguida de $5 + 5$. Los dobles, además de ser fáciles de memorizar, se convierten en la base para resolver otros cálculos.

Vale recordar que siempre se debe partir de un problema que invite a los niños a anticipar y usar diferentes materiales concretos, a fin de dar solución a estos cálculos.



2. Contar a partir del término mayor

Este es el procedimiento informal más económico. Por ejemplo, los niños se dan cuenta de que en $2 + 4$ es mejor empezar a contar desde el sumando mayor que contar desde 2; posteriormente, se dan cuenta de que $2 + 4$ es igual a $4 + 2$.

Como resultado, adoptan el método abreviado de contar a partir del término mayor, por lo tanto, el procedimiento de cuenta global o recuento se abandona a favor de este método.

3. Siempre 10

Resultados que den siempre 10. En este caso, son sumamente útiles las regletas de colores.

Es recomendable que los estudiantes formalicen sus hallazgos en el cuaderno.



4. Complemento a 10

¿Cuánto le falta a 5 para que sea 10?



3.2 Orientaciones para el desarrollo de la competencia: Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio

Patrones de repetición y patrones de recurrencia

Desarrollar esta competencia desde los primeros grados implica relacionar a los niños con la búsqueda de regularidades en situaciones que suelen repetirse frecuentemente; por ejemplo, las actividades que realizan en horas de la mañana: afeitarse-cambiarse-desayunar-ir a la escuela. Esta regularidad constituye un algoritmo, pues tiene un principio y un fin, y es una secuencia ordenada de pasos. En este ciclo, los estudiantes también trabajarán con regularidades gráficas vinculadas a las formas geométricas y con regularidades numéricas relacionadas con situaciones cercanas, como las direcciones o el calendario, así como con situaciones para contar y calcular.

Un caso especial de regularidades son los **patrones**, considerados como una sucesión de signos (orales, gestuales, gráficos de comportamiento, etc.) que se construyen siguiendo una regla (algoritmo), ya sea de repetición o de recurrencia. (Bressan y Bogisic, 1996). En todo patrón se aprecia una estructura de base o un núcleo, el cual da origen a la regla o ley de formación.

Patrones o secuencias se pueden usar indistintamente. Otros autores usan el término patrón para designar estrictamente el núcleo o unidad de la secuencia.

Teniendo en cuenta el núcleo, se pueden distinguir dos tipos de patrones: **de repetición**, donde los elementos se presentan de forma periódica, y **de recurrencia**, donde el núcleo cambia con regularidad; es decir, cada término de la sucesión puede ser expresado en función de los anteriores, de cuyo análisis se infiere la regla o ley de formación. En este caso se encuentran las canciones, los patrones aditivos o multiplicativos.

Patrones de repetición	Núcleo de repetición o regla de formación	Núcleo de la forma:
Parado-arrodillado, parado-arrodillado, parado-arrodillado...	Se repiten dos elementos alternadamente:	AB
	Se repiten tres elementos alternadamente:	ABC
Verde-verde, amarillo-amarillo, verde-verde, amarillo-amarillo, verde-...	Se repite dos veces verde y, a continuación, dos veces amarillo.	AABB

Patrones de recurrencia

Ejemplo 1.

Una palmada, un salto, dos palmadas, dos saltos, tres palmadas, tres saltos...

El **núcleo** formado por el primer y el segundo término es el que cambia con regularidad: una palmada, un salto. El tercer término se expresa en función del primero, así: dos palmadas = una palmada y una palmada. El cuarto término se expresa en función del segundo, así: dos saltos = un salto y otro salto.

La **regla de formación** es "aumenta en una palmada y en un salto cada vez".

Es posible abreviar este análisis en dos tablas como las siguientes:

En palabras		En símbolos	
Primer término	Una palmada	1.º	
Segundo término	Un salto	2.º	
Tercer término	Dos palmadas	3.º	
Cuarto término	Dos saltos	4.º	
Quinto término	Tres palmadas	5.º	
Sexto término	Tres saltos	6.º	
Sétimo término	Cuatro palmadas	7.º	

Observa la tabla en símbolos, se ha codificado empleando lenguaje matemático y simbólico.

Patrones y canciones de recurrencia de tipo aumentativo
Por ejemplo: "Hay un hoyo, un hoyo en el fondo de la mar. Hay un tronco en el hoyo, en el fondo de la mar". Así continúa hasta llegar a: "Hay un pelo en la verruga de la rana en la rama del tronco en el hoyo del mar".

Analicemos las palmadas: ¿en qué posición estarán siempre?, ¿aumentan o disminuyen?, ¿en cuánto?; ¿podríamos generar un patrón 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13...? Si decimos que hay palmadas en el término 22, ¿estaríamos en lo correcto?

Ejemplo 2.

□□, □□□□, □□□□□□, ...

De esta manera, cada término puede ser expresado en función del anterior, así:

En palabras y símbolos	Expresión numérica y de la regla de formación	Otra forma de expresar
Primer término □□	2	2
Segundo término □□□□	$4 = 2 + 2$ El término anterior más dos.	$2 + 2$
Tercer término □□□□□□	$6 = 4 + 2$ El término anterior (2) más dos.	$2 + 2 + 2$

El trabajo con patrones incluye procedimientos de distinto orden de dificultad, que influyen en el proceso de generalizar. Así tenemos tareas de:

- Reproducción (copia de un patrón dado).
- Identificación (detección de la regularidad).
- Extensión o ampliación (dado un tramo de la sucesión, los estudiantes deben extenderla de acuerdo con el núcleo que la rige).
- Eextrapolación (completamiento de partes vacías).
- Traslación (utilización del mismo patrón sobre propiedades diferentes, por ejemplo: cambiar formas por colores, cambiar una representación visual por una auditiva, etc.).

3.2.1 Estrategia para generalizar patrones

Descripción de la estrategia

Esta estrategia, que consiste en cuatro pasos, permite la generalización, proceso importante a fin de desarrollar el pensamiento matemático y algebraico.

Relación con las capacidades e indicadores

El propósito es que los niños matematicen al identificar los elementos que se repiten en situaciones de patrones de repetición con un criterio, o al proponer un patrón a partir del núcleo de repetición; comuniquen y representen al describir el patrón con los términos por los cuales está formado, lo que se repite y las diferencias entre los términos; elaboren una estrategia, ya sea de ensayo y error, o de conteo, para hallar el término que continúa en la secuencia; y razonen y argumenten al justificar la validez de la regla de formación en otros casos similares.

Pasos de la estrategia

Según Mason (citado por Butto y Rojano, 2004), la generalidad es fundamental para desarrollar el pensamiento matemático y algebraico, y puede ser desarrollada a partir del trabajo con patrones o regularidades que favorecen la generalización en actividades cotidianas. Él propone cuatro pasos, que se pueden resumir así:

Paso 1: percibir un patrón sobre la base de la sucesión de figuras, pudiendo surgir preguntas matemáticas; por ejemplo: ¿cuál sería la regla para reconocer el patrón? El primer encuentro con el álgebra se produce a partir de la identificación y comunicación de patrones o de relaciones, a través de las semejanzas o diferencias.

Paso 2: expresar cuál es el patrón, a uno mismo o a otro. Es necesario decirlo para luego reflexionar sobre él.

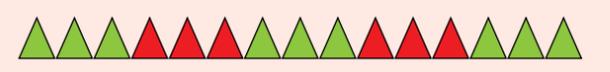
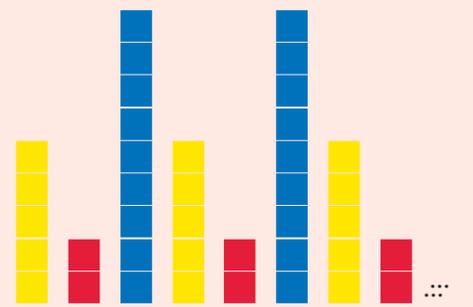
Paso 3: registrar un patrón, de manera que se haga visible el lenguaje de la matemática, transitando desde los dibujos hasta los íconos, las letras o los símbolos; esto permite la verificación de la regla.

Paso 4: probar la validez de las fórmulas, pues para que una regla tenga validez se debe probar de diferentes maneras; por ejemplo, mediante su aplicación en otros casos.

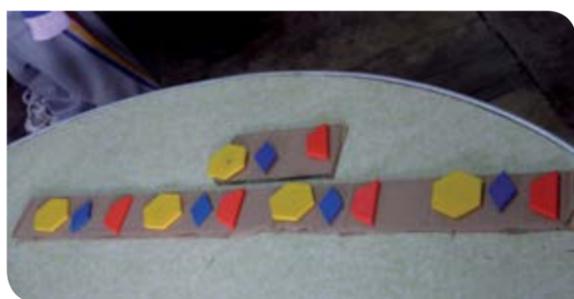
Aplicación de la estrategia

Situación: Construimos patrones de repetición

Reproducir el patrón de cada una de las cuatro actividades y continuarlo.

Patrones de repetición	
Actividad 1: Con el cuerpo Dos pasos a la derecha, dos pasos a la izquierda, brazos arriba, brazos abajo; dos pasos a la derecha, dos pasos a la izquierda, brazos arriba, brazos abajo; dos pasos a la derecha, dos pasos a la izquierda...	Actividad 2: Con sonidos Tres palmadas, tres zapateos; tres palmadas, tres zapateos; tres palmadas, tres zapateos...
Actividad 3: Con mosaicos 	Actividad 4: Con regletas de colores 

Paso 1: percibir un patrón



Los niños reproducen los patrones o las secuencias de figuras con su cuerpo o con material concreto; asimismo, perciben y reconocen las piezas, la cantidad de figuras y su relación entre ellas. También las describen y expresan sus características: cómo son, en qué se parecen, etc. Luego, se pregunta: ¿qué se debe hacer?, ¿cuál será la regla para reconocer el patrón?

Se espera que los niños respondan, por ejemplo:

“En el caso de los mosaicos, todos son triángulos. Hay triángulos verdes y rojos: tres son verdes y tres son rojos”.

“En el caso de las regletas, hay regletas amarillas, rojas y azules. La primera es amarilla, la segunda es roja, la tercera es azul, y esto luego se repite”.

Paso 2: expresar un patrón

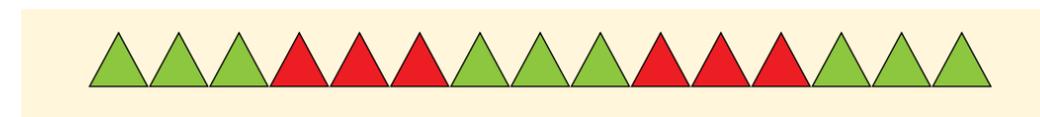
Los niños mencionan en voz alta, a sí mismos y a sus compañeros, cada uno de los elementos del patrón o la secuencia de figuras, para luego determinar el núcleo que se repite o la regla de formación si es el caso de patrones numéricos.

Paso 3: registrar un patrón

Transitan por diferentes representaciones: vivenciales, concretas, pictóricas, gráficas y simbólicas (letras o números).

Por ejemplo, representamos la actividad 3:

Representación concreta



Representación pictórica



En palabras

Verde, verde, verde; rojo, rojo, rojo; verde, verde, verde; rojo, rojo, rojo; verde, verde, verde

En símbolos

VVRRRVVRRRVVRRR

111222111222111222

Término del patrón	Pieza o elemento
1.º	V
2.º	V
3.º	V
4.º	R
5.º	R
6.º	R
7.º	V
8.º	V
9.º	V
10.º	R

Paso 4: probar la validez de las fórmulas

En este nivel se espera que los estudiantes logren anticipar el resultado de otro término cercano y que no se aprecia en el patrón; por ejemplo: si el patrón continuara, ¿de qué color sería la pieza que ocupe la posición 15?

Se recomienda que los niños generen otro patrón u otra secuencia a partir del núcleo de repetición o de la regla de formación.

Por ejemplo:

- Si el patrón de repetición es de la forma AAABBBAAABBB, ¿con qué objetos o movimientos pueden crear este patrón?
- Si el patrón aumenta en tres, creen otro patrón solo usando regletas.
- ¿Qué pasaría si se colocase una regleta marrón en vez de la azul?
- ¿Cómo se formaría un patrón con el núcleo AABCC?



3.2.2 Juegos para construir igualdades

Descripción de la estrategia

Esta estrategia permitirá que los niños construyan equivalencias a partir del uso de las regletas de colores y los dados. Se aplicarán los pasos de Zoltan Dienes a fin de motivar el aprendizaje de la matemática mediante el juego.

Relación con las capacidades e indicadores

El propósito es que los niños matematicen al establecer relaciones entre los datos y puedan expresarlos a través de una igualdad; comuniquen y representen la igualdad con material concreto y expresen lo que comprenden sobre el significado de una igualdad; razonen y argumenten al explicar sus procedimientos y resultados.

Pasos de la estrategia de Zoltan Dienes

Paso 1: juego libre. Los niños se familiarizarán con los materiales e irán descubriendo en estos las propiedades matemáticas.

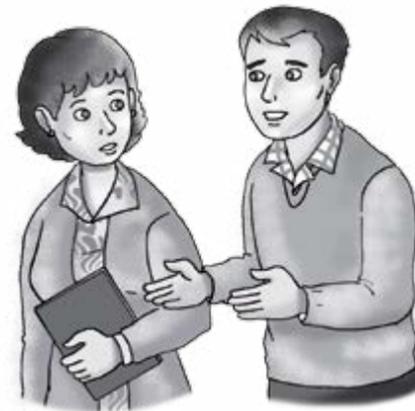
Paso 2: juego orientado. Esta actividad será dirigida. Se establecerán las reglas de juego según lo que se pretenda lograr.

Paso 3: abstracción. Los niños observarán la regularidad en el juego y las relaciones matemáticas involucradas, o crearán otros juegos con estructura parecida al anterior.

Paso 4: representación. Se representará la regularidad o las relaciones matemáticas en un gráfico o un esquema.

Paso 5: simbolización. Se pedirá a los estudiantes que describan el proceso y sus representaciones; primero, usando lenguaje coloquial y, luego, reemplazando algunos términos por lenguaje matemático.

Paso 6: generalización. El docente orientará la introducción de las relaciones y propiedades matemáticas y construirá los significados a partir de las construcciones de los estudiantes. Ellos expondrán lo aprendido de manera segura usando lenguaje matemático y lo aplicarán en otras situaciones. Así también, estudiarán las propiedades de la representación y las relaciones matemáticas.



Aplicación de la estrategia

Juego 1: ¡Alto, trencitos!

Descripción: Con esta actividad, los niños desarrollarán habilidades para identificar datos y relaciones en situaciones de equivalencia, expresándolos en una igualdad a través de las operaciones de adición y sustracción. Se organizarán en grupos de tres.

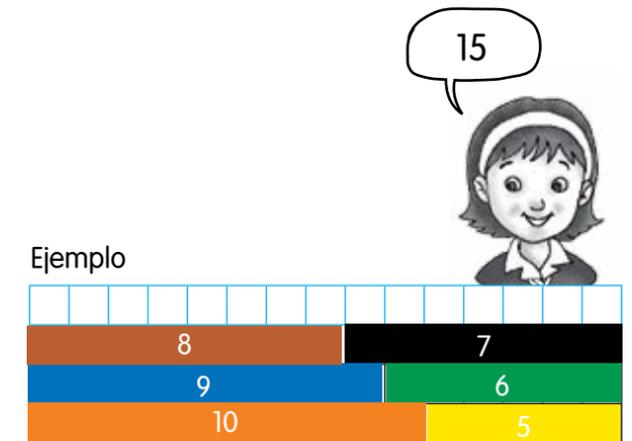
Materiales

- Regletas de colores.

Procedimiento

Paso 1: del juego libre. Los niños manipularán libremente las regletas y reconocerán en estas las propiedades matemáticas; por ejemplo, mencionarán que a cada regleta se le ha asignado un valor y que cada color tiene un valor diferente. Se sugiere preguntar: ¿qué valor representa la regleta amarilla?, ¿y la rosada?, ¿son iguales?

Paso 2: del juego orientado. En cada ronda, un jugador dirá un número y cogerá la regleta que representa dicho valor. Si es un número mayor que 10, tendrá que componer ese número usando las regletas. Por ejemplo, si fuera 15, estará compuesto por la regleta naranja y la amarilla. Los jugadores formarán trencitos con dos regletas que encajen exactamente en la regleta mencionada. El jugador que haya formado primero tres trencitos diferentes con el número indicado, dirá "alto", y ganará un punto. El ganador final será quien tenga más puntos.



Paso 3: de la abstracción. Se establecerán las relaciones matemáticas halladas y se formularán preguntas: las regletas que suman 15, o caben exactamente en 15, ¿cuáles son?; entonces, ¿podemos decir que 15 es igual a 9 y 6 y 8 y 7?; ¿qué otras combinaciones hay?; ¿son todas?; ¿podemos hallar todas las combinaciones?; ¿cómo llevaríamos la cuenta?; ¿será posible construir todas las combinaciones con las regletas?

Paso 4: de la representación. Los niños representarán las combinaciones que hallaron y transitarán de una representación concreta a una pictórica, y luego a una gráfica: ¿podemos representar lo mismo pero con un esquema, por ejemplo, con una tabla o un diagrama de árbol?

Paso 5: de la simbolización. Los niños explicarán sus representaciones en lenguaje coloquial, para luego introducir términos en lenguaje matemático, en este caso, el signo igual. Por ejemplo, pueden expresar que $9 + 6 = 8 + 7$ o $10 + 5 = 9 + 6$.

Paso 6: de la generalización. El docente deberá orientar a los niños para que reconozcan que estas equivalencias se llaman igualdades y que una igualdad se puede expresar con una operación de adición o sustracción. Se sugiere plantear preguntas como estas: ¿de qué otras maneras podemos expresar una igualdad?; ¿será igual juntar las regletas 3 y 2 que las regletas 2 y 3? En este caso, el docente deberá guiar la construcción del significado de la propiedad conmutativa con dos y tres regletas: ¿cómo podemos expresar esa igualdad?

3.3 Orientaciones para el desarrollo de la competencia Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma, movimiento y localización

Desarrollar esta competencia en los primeros grados implica que los niños se relacionen con las formas, el movimiento y la localización de los cuerpos, desde su propia experiencia, a través de la exploración por medio de la vista, el tacto, el oído y el movimiento. En esta etapa, sus destrezas espaciales son normalmente superiores a las numéricas, por lo que resulta fundamental que compartan experiencias lúdicas, experimentales, manipulativas y vivenciales.

Los niños del III ciclo podrán adquirir esta competencia mediante la participación en situaciones que involucren las formas geométricas tridimensionales y bidimensionales que observan en objetos de su entorno cotidiano; el movimiento o el desplazamiento que realizan diariamente al recorrer el espacio; y la localización de objetos vinculada a las nociones de orientación espacial.

Las actividades propuestas deben situarse en espacios cercanos a ellos, donde puedan observar, moverse o desplazarse sin dificultad. A partir de esto, aprenderán a reflejar la realidad usando las formas geométricas y ubicarán su posición a través de un croquis o un dibujo; comunicarán y representarán las características de las formas geométricas y su ubicación en un plano; emplearán estrategias para construir las formas geométricas y ubicarse en el espacio; y razonarán y argumentarán al explicar las relaciones geométricas halladas.

A continuación, algunos ejemplos de estrategias para el desarrollo de esta competencia.

3.3.1 Construcción de espacios del entorno

Descripción

Los niños, acompañados por el docente, visitarán un lugar que ellos elijan (el patio de la escuela, una tienda, un parque, una plaza de la comunidad, etc.) y, luego de observarlo, regresarán al aula y construirán dicho lugar, lo más parecido a la realidad, utilizando material reciclable.

¿Qué necesitamos?

- Objetos reciclables: cajas, botellas, latas, tapas, etc.

Relación con capacidades e indicadores

El propósito de esta actividad es que los niños matematicen al identificar las características de los objetos, reflejándolas en formas geométricas tridimensionales; comuniquen y representen al describir dichas características usando, primero, su propio lenguaje y, luego, lenguaje matemático; elaboren estrategias al planificar su diseño de construcción del lugar; y razonen y argumenten al establecer semejanzas o diferencias entre los objetos usados o al explicar el proceso de construcción.

Antes de visitar el lugar, se recomienda tener en cuenta la siguiente secuencia de actividades, donde se evidencian las capacidades que se priorizarán y las acciones que los niños realizarán para su desarrollo.

Pasos o momentos de la actividad

Paso 1: Recolectamos objetos reciclables (cajas, botellas, latas, etc.)

- Exploran libremente los objetos recolectados y los describen de acuerdo con sus características: ruedan, se deslizan, tienen puntas, son planos, son redondos, tienen líneas rectas, etc.
- Explican el porqué de sus afirmaciones: ¿cómo están seguros de que ruedan?, ¿cómo lo pueden demostrar?
- Reconocen las semejanzas o diferencias entre los objetos: ¿en qué se parecen una caja de pasta dental y un cubo?, ¿en qué son diferentes una botella y una caja?

Paso 2: Clasificamos los objetos recolectados

- Agrupan los objetos según sus características: redondos, planos, etc.
- Explican el porqué de sus agrupaciones: ¿por qué los juntaron o agruparon así?, ¿qué pasaría si colocamos una caja en el grupo de las latas?, ¿por qué?

Paso 3: Creamos sellos con los objetos recolectados

- Pintan con ténpera los objetos y los colocan sobre una superficie plana (hoja, cartulina, etc.).
- Relacionan las huellas dejadas por los objetos con las formas de los cuerpos geométricos.
- Realizan supuestos para saber a qué cuerpo geométrico corresponde cada huella.
- Explican el porqué de sus afirmaciones; por ejemplo: "Este objeto no tiene forma de cuadrado, porque la huella que ha dejado es la de un triángulo".

Es posible vincular esta actividad con otras áreas; por ejemplo, con el área de Comunicación, mediante la producción de textos escritos a partir de lo observado; o con el área de Arte, a través de la decoración de las construcciones con trazos de líneas rectas o curvas.

3.3.2 Experimentación con los poliedros y los bloques lógicos

Experimentar con las matemáticas representa, entre otras cosas, inventar o crear a partir de los propios medios para hallar caminos de solución a problemas que se han planteado; en definitiva, poder realizar descubrimientos. Estos descubrimientos, a menudo en esta etapa, van a tener un ámbito reducido. La mayor parte de las veces, el ámbito se circunscribe al propio alumno o alumna, o a un pequeño grupo (Serra, Batlle y Torra 1996).

La actividad manipulativa en los niños y las niñas es generadora de pensamiento y, sin duda, más estimulante que las explicaciones orales o las escritas; es por ello que el uso adecuado de materiales concretos como los poliedros desarmables y los bloques lógicos permitirá el desarrollo de la competencia y las capacidades propuestas.

Descripción

Los niños manipularán los poliedros desarmables o los bloques lógicos (también pueden usar los bloques de construcción) a fin de conocer las características y los elementos de las formas geométricas. Con los primeros, construirán objetos tridimensionales; mientras que con los segundos, objetos bidimensionales.

Los poliedros desarmables son materiales concretos con los que cuentan todas las escuelas del país. Constan de 100 piezas formadas por cuadrados, triángulos equiláteros y pentágonos.

Relación con capacidades e indicadores

El propósito de esta actividad es que los niños matematicen situaciones al identificar características de los objetos, reflejándolas en una construcción con los cuerpos geométricos o con las figuras bidimensionales. También se espera que comuniquen y representen sus ideas sobre las formas bidimensionales y tridimensionales, elaboren estrategias para construir distintos objetos, y razonen y argumenten formulando supuestos que les permitan anticiparse a las formas que usarán para la construcción.

Pasos de la estrategia para aprender según Van Hiele

Van Hiele propone fases de aprendizaje para aprender geometría y orientar el proceso de aprendizaje.



Fotografía 5. Construyendo figuras bidimensionales con los poliedros desarmables.

1.ª fase: discernimiento o información

Los estudiantes se familiarizan con los materiales sin recibir indicaciones del docente, solo manipulándolos. Esto les permite concentrarse exclusivamente en lo que hacen y, también, descubrir propiedades matemáticas por sí mismos.

En el III ciclo se espera que los niños reconozcan de forma perceptual las figuras geométricas como un todo y no por sus partes. Este nivel corresponde al nivel 0 de razonamiento de Van Hiele.

En este caso, por ejemplo, al usar los poliedros, se darán cuenta de que hay tres formas geométricas distintas, que son de tamaños y colores diferentes, que tienen puntas y

2.ª fase: orientación dirigida

Se propone una secuencia graduada de actividades a realizar y explorar, y se establecen las normas y reglas orientadas para la construcción de las ideas matemáticas.

Las actividades (juegos estructurados) deben ser variadas, ya que el concepto y los procesos no se construyen de la misma manera y a igual velocidad en todos los estudiantes.

En este caso, se proponen las siguientes actividades:

- Con los poliedros: unir las piezas para construir una casa y, luego, construir una distinta.
- Con los poliedros o los bloques lógicos: armar un objeto o una figura a libre elección.
- Con los poliedros: construir las formas tridimensionales (cubos, cajas, pirámides). Primero, con el modelo como guía; luego, sin él.
- Con mondadientes y plastilina: construir otros objetos y formas tridimensionales.
- Con los bloques lógicos: combinar las piezas para construir una casa y, luego, construir una distinta.
- Relacionar los objetos o envases reciclados con los poliedros o los cuerpos geométricos según su forma.



Fotografía 6. Construyendo un edificio con los poliedros desarmables.



Fotografía 7. Figuras con los mosaicos.

En caso de que no alcancen los materiales para todos los grupos, se recomienda que algunos trabajen con los poliedros y otros con los bloques lógicos. Al concluir las construcciones, se sugiere tomar como referencia dos de ellas y plantear algunas preguntas con base en la observación, por ejemplo: ¿en qué se parecen?, ¿en qué se diferencian?, etc. Se espera que las respuestas expresen, más allá de las características relacionadas con el color y el tamaño, las ideas geométricas anteriormente señaladas.

3.ª fase: explicitación

Una vez realizadas las experiencias, los niños expresan sus resultados y comentarios. Durante esta fase, estructuran en esquemas o gráficos el sistema de relaciones halladas, y se espera que utilicen lenguaje matemático apropiado, por ejemplo, “este cuerpo no rueda y sus lados son rectos”, “la esquina o la punta de este cuerpo se denomina vértice”, etc.

4.ª fase: orientación libre

Los niños podrán aplicar los conocimientos adquiridos de forma significativa a situaciones distintas a las presentadas, pero con estructura comparable. Esta fase proporciona la práctica adecuada para aplicar los conceptos adquiridos que han sido formados.

Se sugiere que los niños traigan envases vacíos de algunos productos que se compran en el mercado o en el supermercado, y los describan según sus características geométricas. Esta situación también se puede desarrollar con juguetes o útiles escolares.

5.ª fase: integración

En esta fase los niños están preparados para asimilar el nombre matemático de los objetos, así como para entender los signos, los símbolos y las operaciones. En las fases anteriores trabajaron con el concepto, pero en ningún momento se les dio el nombre ni se les mostró un gráfico o un símbolo. Es aquí donde se estudian las propiedades de la estructura abstracta. En el III ciclo, lo que se espera es que aprendan los elementos básicos.



¡Mira, hice una linda corona!

Actividades sugeridas para esta fase:

- Relacionar un objeto real con un cuerpo geométrico; por ejemplo, una caja de zapatos con un prisma.
- Elaborar cuadros para clasificar los elementos básicos de las formas bidimensionales y tridimensionales, o a fin de establecer semejanzas y diferencias entre los cuerpos; por ejemplo, en qué se parecen una caja de leche y una caja de zapatos, en qué se parece la ventana a un cuaderno, etc.

3.4 Orientaciones para el desarrollo de la competencia Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de gestión de datos e incertidumbre

Según GAISE¹, la resolución de problemas estadísticos es un proceso de investigación que involucra cuatro pasos:

Paso 1: formular preguntas. Aclarar el problema en cuestión y formular una o más preguntas que puedan ser respondidas con datos.

Paso 2: recopilar datos. Diseñar un plan para recopilar los datos apropiados y ponerlo en práctica.

Paso 3: analizar datos. Seleccionar un gráfico o métodos numéricos apropiados, y utilizarlos para analizar los datos.

Paso 4: interpretar resultados. Comprender los resultados del análisis y relacionarlos con el problema planteado.

Situación: ¿Qué material se usa en la elaboración de los envases que llevamos en la lonchera?

Descripción

Esta actividad se genera ante una problemática creada en el contexto de los niños: *en el distrito donde se ubica el colegio. No se recoge la basura hace una semana y con ello está en riesgo la salud de los pobladores.* En estas circunstancias, es necesario reflexionar sobre qué material se usa en la elaboración de los envases que llevan con mayor frecuencia en su lonchera y qué se puede hacer para evitar mayor contaminación.

Relación con capacidades e indicadores

El propósito es que los niños matematicen al identificar datos cualitativos y los organicen en listas, tablas o gráficos; comuniquen y representen al proponer preguntas sencillas para recoger datos y puedan transitar de una representación a otra; y razonen y argumenten al elaborar supuestos sobre los criterios comunes para organizar los datos en forma gráfica.

Materiales

- Papelotes, plumones, colores, reglas, lápiz y borrador.
- Envases vacíos de cartón o plástico, limpios y secos.
- Regletas de colores y cubitos del material Base Diez.
- Fichas para registrar los envases (ver modelo).

¹ Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education.

Aplicación de la estrategia

Paso 1: formular preguntas

El docente y los niños aclaran el problema en cuestión y plantean preguntas que pueden ser respondidas con datos. En este caso, el problema principal es saber qué material se usa mayormente en la elaboración de los envases que llevan en la lonchera.

Las preguntas que podrían surgir son las siguientes:

- ¿De qué material son los envases que traen generalmente en la lonchera?, ¿de qué tipos son (cajas, botellas, etc.)?, ¿qué tamaño tienen?
- ¿En envases de qué material suelen colocarse alimentos como el yogur, la leche o las galletas?
- ¿Qué material creen que se usa más?
- ¿Algunos envases son desechables?, ¿a cuáles se les llama desechables?
- ¿Dónde se colocan los envases luego de ser usados?

Paso 2: recopilar datos

El docente y los niños diseñan un plan para recopilar datos y así saber de qué material son los envases que usan más durante una semana. Este plan implica:

- Traer envases vacíos de cartón o plástico, limpios y secos. ✓
- Organizar el aula en grupos, según el tipo de envase.
- Designar a un responsable por grupo para que reciba los envases cada día. ✓
- Elegir lugares del aula para que cada grupo coloque sus envases. ✓
- Llenar una ficha sobre los envases que traigan.
- En un papelote, elaborar una lista de las tareas marcadas con (✓) y colgarla en un

Modelo de ficha

Envase N.º	_____	
Nombre	_____	
Material		
Cartón <input type="checkbox"/>	Plástico <input type="checkbox"/>	
Tamaño		
Grande <input type="checkbox"/>	Mediano <input type="checkbox"/>	pequeño <input type="checkbox"/>



Paso 3: Análisis de datos

Los niños deben decidir qué datos necesitan registrar y cómo organizarlos (en tablas de conteo o en gráficos de barras); asimismo, descubrir que es necesario realizar conteos, hallar frecuencias, etc., siempre apoyándose en el uso de material concreto.

Elaborar y llenar la tabla, así como crear el gráfico de barras, son experiencias eminentemente prácticas y que los estudiantes pueden desarrollar solos o en grupo, pero siempre con la orientación del docente.

Ejemplo de tabla de conteo:

Envases	Conteo (con palotes)	Total
Cartón	///	
Plástico	/	

Tras elaborar la tabla, los niños comprueban que los datos corresponden a la situación planteada y los niños analizan los datos de la tabla y del gráfico: los comparan, repasan lo que hicieron y encuentran las ventajas de uno y otro. Por ejemplo, el gráfico es más visual, es decir, a simple vista, sin ver la cantidad, se sabe qué material (cartón o plástico) se usa más en la elaboración de los envases; mientras que la tabla puede ayudar a hacer un pronóstico de cuántos envases se usarían en dos, tres o cuatro semanas.



También esta actividad se puede relacionar con la ocurrencia de sucesos. Así, describen la ocurrencia de acontecimientos cotidianos usando las expresiones “siempre”, “a veces” y “nunca”. Por ejemplo:

Los envases usados:

- Van a la basura. SIEMPRE - A VECES - NUNCA
- Contaminan. SIEMPRE - A VECES - NUNCA
- Se pueden volver a usar. SIEMPRE - A VECES - NUNCA

Paso 4: interpretar

Esto implica comprender los resultados del análisis y relacionarlos. Los niños reflexionan y comentan a través de algunas preguntas, por ejemplo: antes de realizar el proyecto sobre los envases, ¿imaginaron la cantidad que utilizan en una semana todos los niños del aula?; ¿ahora podemos saber cuántos envases utilizamos en dos semanas?; ¿les parece mucho o poco?; ¿a dónde van estos envases?; ¿qué podemos hacer para evitar que contaminen el medioambiente?

También es necesario generar un espacio para que elaboren conjeturas y las verifiquen: ¿cuántos envases se recolectarían en dos semanas?; ¿cómo lo calcularían?; ¿en un mes recolectarían más envases de cartón o de plástico?; ¿qué opinan de las respuestas de sus compañeros?; ¿son diferentes?; ¿por qué?; ¿podrían elaborar el gráfico de barras a partir de los datos de la tabla?

Esta actividad integra varias áreas: Comunicación, Ciencia y Ambiente y Personal Social.

3.5 El sector de Matemática, otra estrategia para motivar el aprendizaje

El sector de Matemática debe estar organizado de acuerdo con los objetivos pedagógicos de la unidad y los intereses de los niños, quienes participarán activamente en su creación, agregando materiales o modificando lo que consideren pertinente, siempre bajo la supervisión del docente.

Este sector, según la unidad de aprendizaje, puede estar habilitado en cada unidad con los siguientes materiales a fin de desarrollar diferentes actividades:



Material no estructurado

- **Naipes o juegos de cartas:** para sumar y restar aplicando lo que conocen sobre estrategias de cálculo; ordenar cinco cartas de menor a mayor, o viceversa; hallar dos cartas que sumen 10, dos cartas que sumen 11, etc.; obtener la carta más alta.
- **Dados:** para determinar quién obtiene la mayor cantidad y avanzar sobre la recta numérica.
- **Damas o ajedrez:** para desarrollar el pensamiento estratégico.
- **Tangram:** para crear y reproducir figuras.
- **Material reciclado (cajas, latas, botellas, etc.):** para construir maquetas del colegio, de su casa o de otros lugares.

Materiales estructurados

- **Bloques de construcción:** para realizar representaciones de una casa, construir un castillo o construir calles y avenidas.
- **Bloques lógicos para:**
 - Clasificar por color, forma, tamaño o grosor.
 - Reproducir y crear figuras.
 - Construir patrones geométricos.
 - Dibujar figuras geométricas.
- Las regletas de colores, el material Base Diez, el geoplano y los mosaicos¹ cuentan con fichas plastificadas o guías donde los niños podrán resolver tareas específicas relacionadas con los números, las formas y los patrones.



¹Estos materiales concretos y otros, han sido entregados por el Ministerio de Educación a todas las escuelas del país.

Referencias bibliográficas

- BATANERO, C. (2001). *Los retos de la cultura estadística*. Granada: Universidad de Granada. Recuperado de: <http://www.s-a-e.org.ar/losretos.pdf>
- BUTTO, C; ROJANO, T. (2004). Introducción temprana al pensamiento algebraico: abordaje basado en la geometría. *Educación Matemática*, abril, 113-148. Fecha de consulta: 20/01/2015. <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=40516105>
- BRESSAN, A. y BOGICIC, B.E (1996). Las regularidades: fuente de aprendizajes matemáticos. Consejo Provincial de Educación. Argentina. Fecha de consulta: 20/01/2015. http://www.gpdmatematica.org.ar/publicaciones/diseño_desarrollo/matematica3.pdf
- BRESSAN, A.; ZOLKOWER, B. y GALLEGU, M.F. (2004). La educación matemática realista. Principios en que se sustenta. *Escuela de invierno en Didáctica de la Matemática*. Fecha de consulta: 20/01/2015 en: http://www.gpdmatematica.org.ar/publicaciones/articulo_escuela_invierno2.pdf
- BAROODY, A.J. (2000). El pensamiento matemático de los niños. Madrid: Aprendizaje Visor.
- CASTRO, E. (Editor) (2001). *Didáctica de la matemática en la Educación Primaria*. España: Editorial Síntesis, S.A.
- CASTRO, E.; RICO, L. y CASTRO, E. (1995). Estructuras aritméticas elementales y su modelización. Bogotá: Editorial Iberoamérica. Fecha de consulta: 20/01/2015 en: <http://cumbia.ath.cx:591/pna/Archivos/CastroE95-2939.PDF>
- CALLEJO DE LA VEGA, María. (2000). *Educación matemática y ciudadanía. Propuestas desde los derechos humanos*. Santo Domingo: Centro Poveda. Fecha de consulta: 26/12/2014 <http://www.centropoveda.org/IMG/pdf/matematicasDDHH.pdf>
- CANTORAL, R. y FARFÁN, R. M. (2005). "Matemática educativa". *Conversus donde la ciencia se convierte en cultura*. Revista del Instituto Politécnico Nacional, México. Octubre, n.º 44, 26-34.
- CHAMORRO, C. (2006). *Didáctica de las matemáticas para primaria*. Madrid: Editorial Pearson Prentice Hall.
- CABELLO SANTOS, Lili (2006). *La enseñanza de la geometría aplicando los modelos de recreación y reflexión a través de la funcionalidad de materiales educativos*. Ponencia presentada en el V Festival Internacional de Matemáticas.
- D'ÁMORE, B. (2006). *Didáctica de la Matemática*. Bogotá: Editorial Cooperativa Magisterio.
- EQUIPO DE ORIENTACIÓN EDUCATIVA Y PSICOPEDAGÓGICA DE PONFERRADA. (2003). *Resolución de problemas aritméticos en educación primaria*. Ponferrada: CFIE de Ponferrada. Fecha de consulta: 26/12/2014. http://www.juntadeandalucia.es/averroes/~cepc03/competencias/mates/primaria/Resoluci_problemasEOE%20Ponferrada.pdf
- FOUZ, F. *Modelo de Van Hiele para la didáctica de la geometría*. Fecha de consulta: 26/12/2014. <http://www.xtec.cat/~rnolla/Sangaku/SangWEB/PDF/PG-04-05-fouz.pdf>
- FERNÁNDEZ, J. (2000). *Técnicas creativas para la resolución de problemas de matemática*. Barcelona: Cisspraxis.

MAPA DE PROGRESO DE LA COMPETENCIA

Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad

- FRANKLIN, C. (2007) *Guidelines for assessment and instruction in statistics education (GAISE) report: a pre-k-12 curriculum framework*. American Statistical Association Alexandria.
- FREUDENTHAL, Hans. (2000). "A mathematician on didactics and curriculum theory". K. Gravemeijer1 y J. Teruel. (2000). *Curriculum studies*, vol. 32, n.º. 6, 777- 796.
- GARCÍA, J. (1992). Ideas, pautas y estrategias heurísticas para la resolución de problemas. Aula de Innovación Educativa. [Versión electrónica]. Revista Aula de Innovación Educativa 6.
- GAULIN, Claude. (2001). "Tendencias actuales en la resolución de problemas". *Sigma* n.º 19. Bilbao.
- GODINO, J. (2003). *Matemáticas y su didáctica para maestros*. Granada, España: Universidad de Granada. Fecha de consulta: 26/12/2014. <http://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/>
- GODINO, J.; FONT, V. y WILHELMI, M. (2006). "Análisis ontosemiótico de una lección sobre la suma y la resta". *Revista Latinoamericana de Investigación de Matemática Educativa*, número especial, 131-155. Fecha de consulta: 26/12/2014. http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/analisis_textos_suma_resta.pdf
- GOÑI, J. M. (Coord.). (2011). *Didáctica de las matemáticas*. Barcelona: Graó.
- GUZMÁN, P. (1956). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Editorial Trillas.
- INSTITUTO PERUANO DE EVALUACIÓN Y ACREDITACIÓN DE LA CALIDAD DE LA EDUCACIÓN BÁSICA. (2012). *Mapas de Progreso del Aprendizaje: Matemática: Números y operaciones*. Lima: SINEACE-IPEBA.
- ISODA, M. y OLFOS, R. (2009). *El enfoque de resolución de problemas en la enseñanza de la matemática a partir del estudio de clases*. Valparaíso: Ediciones Universitarias de Valparaíso.
- LESH, R. y DOERR, H. (2003). "Foundations of a models and modelling perspective on mathematics teaching, learning, and problem solving". LESH, R. y DOERR H. M. (eds.), *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching*, pp. 3-34. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- MALASPINA, U. (2008). *Intuición y rigor en la resolución de problemas de optimización. Un análisis desde el enfoque ontosemiótico de la cognición e instrucción matemática*. Tesis doctoral. Lima: Pontificia Universidad Católica del Perú.
- MINEDU. (2014). *Marco del Sistema Curricular Nacional. Tercera versión para el Diálogo*. Lima: MINEDU.
- MINEDU. (2011). *Cómo mejorar el aprendizaje de nuestros estudiantes en matemática*. Informe para el docente de los resultados de la Evaluación Censal a Estudiantes-2011. Lima: MINEDU.
- MINISTERIO DE EDUCACIÓN PÚBLICA. (2012). *Programas de Estudio de Matemáticas. I y II Ciclo de la Educación Primaria, III Ciclo de Educación General Básica y Educación Diversificada*. San José: Ministerio de Educación Pública.
- NISS M. (2003). "Quantitative Literacy and Mathematical Competencies". NATIONAL COUNCIL ON EDUCATION AND THE DISCIPLINES QUANTITATIVE LITERACY. *Why Numeracy Matters for Schools and Colleges*. New Jersey: National Council on Education and the Disciplines, pp. 215-220.
- NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. (2003). *Principios y estándares para la educación matemática*. Sevilla: Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales.
- OECD (2012). *Education at a Glance 2012: OECD Indicators*. OECD Publishing. Fecha de consulta:

II CICLO/ 5 años

Identifica situaciones referidas a agregar o quitar objetos y las asocia con nociones aditivas¹. Expresa con su propio lenguaje sobre agrupar objetos por características perceptuales, ordenar² hasta 5 objetos, ordenar objetos en una fila y señalar hasta el quinto lugar, comparar la duración de eventos cotidianos usando "antes" o "después", comparar de manera cuantitativa colecciones de objetos usando algunos términos matemáticos o cuantificadores: "más que", "menos que", "pocos", "ninguno" y "muchos". Realiza representaciones haciendo uso de su cuerpo, materiales concretos o dibujos. Propone acciones para experimentar o resolver situaciones de manera vivencial y con apoyo de material concreto; emplea estrategias y procedimientos como agrupar, agregar y quitar objetos hasta 5, contar hasta 10 objetos, y comparar el peso³ de dos objetos, con apoyo de material concreto. Explica el porqué de sus afirmaciones en base a su experiencia.

III CICLO/ 1.º y 2.º de primaria

Identifica datos en situaciones referidos a acciones de juntar, separar, agregar, quitar, igualar o comparar cantidades y los expresa en modelos de solución aditivas⁴, doble y mitad. Expresa los criterios para clasificar objetos en grupos y subgrupos, ordenar números naturales hasta 100, estimar y comparar la duración de eventos, empleando lenguaje cotidiano y algunos términos matemáticos o cuantificadores "todos", "algunos" y "ninguno". Realiza representaciones haciendo uso de su cuerpo, materiales concretos, dibujos, tablas de doble entrada y en forma simbólica. Propone y realiza una secuencia de acciones para experimentar o resolver un problema, empleando estrategias heurísticas y procedimientos como estimar, contar y ordenar cantidades hasta 100, medir y comparar la masa de objetos con unidades arbitrarias; con apoyo de material concreto. Comprueba los procedimientos y estrategias usados. Elabora supuestos y explica el porqué de sus afirmaciones, procedimientos o resultados con ejemplos.

IV CICLO/ 3.º y 4.º de primaria

Plantea relaciones entre los datos en situaciones que combinan una o más acciones de agregar, combinar, igualar, comparar, repetir o repartir una cantidad, y los expresa con modelos aditivos o multiplicativos con números naturales y fracciones usuales. Relaciona el modelo trabajado con otras situaciones similares. Describe con lenguaje matemático su comprensión sobre: reagrupar con criterios distintos, ordenar números naturales hasta millares, medir la masa de objetos en gramos y kilogramos, medir la duración de eventos en horas, medias horas o cuartos de hora, el significado de la noción de división y fracción, problemas aditivos⁵ y multiplicativos⁶; los representa mediante tablas de doble entrada y símbolos. Propone y realiza una secuencia de acciones orientadas a experimentar o resolver un problema empleando estrategias heurísticas, procedimientos de cálculo mental y escrito, conteo, orden con cantidades de hasta cuatro cifras; estimar, medir y comparar la masa de objetos y la duración de eventos empleando unidades convencionales, con apoyo de material concreto. Comprueba sus procedimientos y estrategias. Elabora conjeturas basadas en experiencias o en relaciones matemáticas trabajadas y las justifica usando ejemplos.

V CICLO/ 5.º y 6.º de primaria

Interpreta datos y relaciones no explícitas de situaciones diversas referidas a una o varias acciones de comparar e igualar dos cantidades con números naturales, expresiones decimales, fraccionarias o porcentajes, y los relaciona con modelos aditivos⁷ y multiplicativos⁸. Determina en que otras situaciones es aplicable. Describe, utilizando el lenguaje matemático, su comprensión sobre el significado de: la equivalencia entre fracciones, decimales y porcentajes y la noción de potencia; compara y estima la masa de objetos en unidades convencionales, y la duración de eventos en minutos y segundos. Elabora y emplea diversas representaciones de una misma idea matemática, con gráficos y símbolos; relacionándolas entre sí. Elabora y ejecuta un plan orientado a experimentar o resolver problemas, empleando estrategias heurísticas, procedimientos de cálculo y estimación con porcentajes usuales⁹ y números naturales, fracciones y decimales; estimar, medir directa o indirectamente la masa de objetos y la duración de eventos; con apoyo de recursos. Compara los procedimientos y estrategias empleadas en distintas resoluciones. Establece conjeturas sobre procedimientos, propiedades de los números y las operaciones trabajadas y las justifica usando ejemplos o contraejemplos.

¹ Problemas PAEV: Cambio 1 y 2.

² Seriación

³ Coloquialmente se dice peso cuando nos referimos a la masa de un objeto, pero lo formal es decir masa.

⁴ Problemas PAEV: Cambio 3 y 4, Combinación 2, y Comparación e igualación 1 y 2.

⁵ Problemas PAEV: Cambio 5 y 6, Comparación e igualación 3 y 4.

⁶ Problemas multiplicativos (proporcionalidad simple)

⁷ Problemas PAEV: Comparación e igualación 5 y 6.

⁸ Problemas multiplicativos conocidos como de producto cartesiano.

⁹ 10%, 20%, 25%, 50%, 75%.

Discrimina información e identifica relaciones no explícitas en situaciones referidas a determinar cuántas veces una cantidad contiene o está contenida en otra y aumentos o descuentos sucesivos, y las expresa mediante modelos referidos a operaciones, múltiplo o divisores, aumentos y porcentajes. Selecciona y usa el modelo más pertinente a una situación y comprueba si este le permitió resolverla. Expresa usando terminologías, reglas y convenciones matemáticas¹⁰, su comprensión sobre las propiedades de las operaciones con números enteros y racionales, y variaciones porcentuales; medir la masa de objetos en toneladas y la duración de eventos en décadas y siglos. Elabora y emplea diversas representaciones de una misma idea matemática usando tablas y símbolos; relacionándolas entre sí. Diseña y ejecuta un plan orientado a la investigación y resolución de problemas empleando estrategias heurísticas, procedimientos para calcular y estimar con porcentajes, números enteros, racionales y notación exponencial; estimar y medir la masa, el tiempo y la temperatura con unidades convencionales; con apoyo de diversos recursos y TIC. Evalúa ventajas y desventajas de las estrategias, procedimientos matemáticos y recursos usados. Formula y justifica conjeturas referidas a relaciones numéricas o propiedades de operaciones observadas en situaciones experimentales; e identifica diferencias y errores en una argumentación.

Relaciona datos de diferentes fuentes de información referidas a situaciones sobre magnitudes, números grandes y pequeños, y los expresa en modelos referidos a: operaciones con números racionales e irracionales, notación científica, tasas de interés simple y compuesto. Analiza los alcances y limitaciones del modelo usado, evalúa si los datos y condiciones que estableció ayudaron a resolver la situación. Expresa usando terminologías, reglas y convenciones matemáticas las relaciones entre las propiedades de los números irracionales, notación científica, tasa de interés. Elabora y relaciona representaciones de una misma idea matemáticas, usando símbolos y tablas. Diseña y ejecuta un plan de múltiples etapas orientadas a la investigación o resolución de problemas, empleando estrategias heurísticas y procedimientos para calcular y estimar tasas de interés, operar con números expresados en notación científica, determinar la diferencia entre una medición exacta o aproximada; con apoyo de diversos recursos y TIC. Juzga la efectividad de la ejecución o modificación de su plan. Formula conjeturas sobre generalizaciones referidas a conceptos y propiedades de los números racionales, las justifica o refuta basándose en argumentaciones que expliciten el uso de sus conocimientos matemáticos.

Analiza datos de variadas fuentes de información, define las relaciones o restricciones de situaciones referidas a determinar cantidades expresadas mediante logaritmos; y las expresa mediante operaciones en diferentes sistemas numéricos y una combinación de modelos financieros. Formula modelos similares a los trabajados, y evalúa la pertinencia de la modificación de un modelo reconociendo sus alcances y limitaciones. Expresa usando terminologías, reglas y convenciones matemáticas su comprensión sobre: propiedades de los números y las operaciones en los sistemas numéricos. Relaciona representaciones de ideas matemáticas e identifica la representación más óptima. Diseña y ejecuta un plan orientado a la investigación o la solución de problemas, usando un amplio repertorio de recursos TIC, estrategias heurísticas y las propiedades de los números y operaciones en los diferentes sistemas numéricos. Evalúa la eficacia del plan en función de la optimización de los recursos, procedimientos y estrategias que utilizó. Formula hipótesis sobre generalizaciones y relaciones entre conceptos y procedimientos de diferentes dominios de la matemática; y las justifica con demostraciones y a través de argumentos matemáticos para convencer a otros..

¹⁰ Convenciones matemáticas: por ejemplo, convenir que el cero es múltiplo de todos los números.

MAPA DE PROGRESO DE LA COMPETENCIA

Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio

Reconoce patrones de repetición¹ en secuencias sonoras, de movimientos o perceptuales. Expresa con su propio lenguaje patrones y relaciones entre objetos de dos colecciones. Realiza representaciones haciendo uso de su cuerpo, materiales concretos o dibujos. Propone y realiza acciones para experimentar o resolver una situación de manera vivencial y con material concreto, emplea estrategias y procedimientos propios para ampliar, completar o crear patrones con apoyo de material concreto. Explica el porqué de sus afirmaciones en base a su experiencia.

Identifica datos en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio, y las expresa con patrones de repetición² y patrones aditivos, igualdades que contienen adiciones y sustracciones. Describe patrones, equivalencias y relaciones empleando lenguaje cotidiano y algunos términos matemáticos. Realiza representaciones haciendo uso de su cuerpo, materiales concretos, dibujos, tablas simples y símbolos. Propone y realiza una secuencia de acciones para experimentar o resolver un problema, empleando estrategias heurísticas y procedimientos para ampliar, completar o crear patrones, encontrar equivalencias agregando o quitando cantidades³ o para hallar un valor desconocido, con apoyo de material concreto. Comprueba sus procedimientos o resultados. Elabora supuestos basados en lo observado en experiencias concretas y los explica usando ejemplos similares.

Plantea relaciones entre los datos en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio; y la expresa con patrones de repetición⁴ o patrones multiplicativos, igualdades con multiplicaciones y relaciones de cambio entre dos magnitudes. Relaciona el modelo trabajado con otras situaciones similares. Describe con lenguaje matemático su comprensión sobre patrones, equivalencias y cambio. Elabora y emplea tablas simples, gráficos y símbolos. Propone y realiza una secuencia de acciones orientadas a experimentar o resolver un problema empleando estrategias heurísticas, procedimientos para ampliar, completar o crear patrones, encontrar equivalencias con expresiones multiplicativas o hallar el valor desconocido en una igualdad multiplicando o dividiendo, establecer equivalencias entre unidades de medida de una misma magnitud, con apoyo de material concreto. Comprueba sus procedimientos y estrategias. Elabora conjeturas basadas en experiencias o en relaciones matemáticas y las justifica usando ejemplos.

Interpreta datos y relaciones no explícitas en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio entre dos magnitudes; y los expresa con modelos referidos a patrones geométricos, patrones crecientes y decrecientes, ecuaciones, desigualdades, y proporcionalidad directa y determina en qué otras situaciones es aplicable. Describe utilizando lenguaje matemático acerca de su comprensión sobre: patrones, ecuaciones y desigualdades, y relaciones de proporcionalidad directa. Elabora y emplea diversas representaciones de una misma idea matemática, con tablas, gráficos y símbolos; relacionándolas entre sí. Elabora y ejecuta un plan orientado a experimentar o resolver problemas, empleando estrategias heurísticas y procedimientos para completar términos de una sucesión gráfica o numérica de acuerdo a su posición, simplificar expresiones o ecuaciones empleando propiedades aditivas y multiplicativas o establecer equivalencias entre unidades de una misma magnitud; con apoyo de recursos; y compara los procedimientos y estrategias empleadas en distintas resoluciones. Establece conjeturas sobre regularidades, equivalencias y relaciones entre dos magnitudes, y las justifica usando ejemplos o contraejemplos.

¹ Patrones de repetición con un criterio perceptual (color, forma, tamaño, grosor).

² Patrones de repetición con dos criterios perceptuales.

³ Equivalencias con igualdades que involucran adiciones y sustracciones con cantidades hasta 20.

⁴ Patrones de repetición que combinan criterios perceptuales y de posición.

Discrimina información e identifica variables relaciones no explícitas en situaciones diversas referidas a regularidad, equivalencia o cambio; y las expresa con modelos referidos a patrones geométricos⁵, progresiones aritméticas, ecuaciones e inecuaciones con una incógnita, funciones lineales y relaciones de proporcionalidad inversa. Selecciona y usa el modelo más pertinente a una situación y comprueba si este le permitió resolverla. Usa terminologías, reglas y convenciones al expresar su comprensión sobre propiedades y relaciones matemáticas referidas a: progresiones aritméticas, ecuaciones lineales, desigualdades, relaciones de proporcionalidad inversa, función lineal y afín. Elabora y emplea diversas representaciones de una misma idea matemática con tablas, gráficos, símbolos; relacionándolas entre sí. Diseña y ejecuta un plan orientado a la investigación y resolución de problemas, empleando estrategias heurísticas y procedimientos para determinar la regla general de una progresión aritmética, simplificar expresiones algebraicas empleando propiedades de las operaciones; con apoyo de diversos recursos y TIC. Evalúa ventajas y desventajas de las estrategias, procedimientos matemáticos y recursos usados. Formula y justifica conjeturas referidas a relaciones entre expresiones algebraicas, magnitudes, o regularidades observadas en situaciones experimentales; e identifica diferencias y errores en las argumentaciones de otros.

Relaciona datos provenientes de diferentes fuentes de información, referidas a diversas situaciones de regularidades, equivalencias, y relaciones de variación; y las expresa en modelos de: sucesiones⁶ con números racionales e irracionales, ecuaciones cuadráticas, sistemas de ecuaciones lineales, inecuaciones lineales con una incógnita, funciones cuadráticas o trigonométricas⁷. Analiza los alcances y limitaciones del modelo usado, evalúa si los datos y condiciones que estableció ayudaron a resolver la situación. Expresa usando terminología, reglas y convenciones matemáticas las relaciones entre propiedades y conceptos referidos a: sucesiones, ecuaciones, funciones cuadráticas o trigonométricas, inecuaciones lineales y sistemas de ecuaciones lineales. Elabora y relaciona representaciones de una misma idea matemática usando símbolos, tablas y gráficos. Diseña un plan de múltiples etapas orientadas a la investigación o resolución de problemas, empleando estrategias heurísticas y procedimientos para generalizar la regla de formación de progresiones aritméticas y geométricas, hallar la suma de sus términos, simplificar expresiones usando identidades algebraicas y establecer equivalencias entre magnitudes derivadas; con apoyo de diversos recursos y TIC. Juzga la efectividad de la ejecución o modificación del plan. Formula conjeturas sobre generalizaciones y relaciones matemáticas; justifica sus conjeturas o las refuta basándose en argumentaciones que expliciten puntos de vista opuestos e incluyan conceptos, relaciones y propiedades de los sistemas de ecuaciones y funciones trabajadas.

Analiza datos de variadas fuentes de información, define las variables, relaciones o restricciones de situaciones referidas a regularidad, equivalencia o cambio; y las expresa con modelos referidos a sumatorias notables, sucesiones convergentes o divergentes, idea de límite, funciones exponenciales, logarítmicas y periódicas y ecuaciones exponenciales. Formula modelos similares a los trabajados y evalúa la pertinencia de la modificación realizada a un modelo, reconociendo sus alcances y limitaciones. Expresa usando terminologías, reglas y convenciones matemáticas, relaciones entre propiedades y conceptos referidos a: los sistemas de inecuaciones lineales, ecuaciones exponenciales y funciones definidas en tramos. Relaciona representaciones de ideas matemáticas e identifica la representación más óptima. Diseña un plan orientado a la investigación o la solución de problemas, empleando un amplio repertorio de recursos TIC, estrategias heurísticas o procedimientos de: interpolar, extrapolar o calcular el valor máximo o mínimo de sucesiones y sumatorias notables, plantear sistemas de inecuaciones lineales y exponenciales y definir funciones por tramos. Evalúa la eficacia del plan en función de la optimización de los recursos, procedimientos y estrategias que utilizó. Formula hipótesis sobre generalizaciones elaborando relaciones entre conceptos y procedimientos de diferentes dominios de la matemática; las justifica con demostraciones y produce argumentos matemáticos para convencer a otros.

⁵ Que se generan al aplicar reflexiones o giros.

⁶ Considerar progresión aritmética y geométrica.

⁷ Función seno y coseno.

MAPA DE PROGRESO DE LA COMPETENCIA

Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma, movimiento y localización

Relaciona objetos del entorno con formas bidimensionales y tridimensionales. Expresa con su propio lenguaje lo que observa al comparar dos objetos de diferente longitud, desplazarse e identificar la posición de un objeto en el espacio en relación a sí mismo u otro objeto; y realiza representaciones con su cuerpo, materiales concretos o dibujos. Propone acciones para resolver una situación, empleando estrategias propias y procedimientos al realizar desplazamientos y localización o caracterizar objetos con apoyo de material concreto. Explica el porqué de sus afirmaciones en base a su experiencia.

Identifica las características de objetos del entorno y los relaciona con elementos¹ de formas bidimensionales y tridimensionales, determina su ubicación, longitud, superficie o capacidad. Describe las formas bidimensionales y tridimensionales, ubicación y movimiento de objetos y las formas simétricas, los atributos medibles de los objetos (longitud, superficie, y capacidad); empleando lenguaje cotidiano y algunos términos matemáticos. Realiza representaciones con su cuerpo, materiales concretos, dibujos, gráficos y símbolos. Propone y realiza una secuencia de acciones para experimentar o resolver un problema, emplea estrategias heurísticas y procedimientos como medir, comparar y estimar longitudes, superficies y capacidades de objetos con unidades arbitrarias, con apoyo de material concreto y recursos; comprueba sus procedimientos y estrategias usando material concreto. Elabora supuestos sobre las características y atributos medibles de las formas geométricas y de los objetos, a partir de la observación en experiencias concretas, y los explica usando ejemplos similares.

Relaciona características, atributos, localización y movimientos de los objetos del entorno, con las formas geométricas, ubicación en el plano y el espacio, simetría y traslación. Relaciona el modelo trabajado con otras situaciones similares. Describe con lenguaje matemático su comprensión sobre características de las formas bidimensionales y tridimensionales; longitud, perímetro, superficie y capacidad de objetos; simetría y traslaciones. Elabora y emplea representaciones mediante tablas de doble entrada, gráficos, croquis y símbolos. Propone y realiza una secuencia de acciones para experimentar o solucionar un problema empleando estrategias heurísticas, procedimientos para ubicar objetos y rutas, medir y estimar la longitud, perímetro, superficie y capacidad de objetos seleccionando el instrumento y la unidad arbitraria o convencional apropiada, reflejar o trasladar formas en cuadrículas, con apoyo de material concreto. Comprueba sus procedimientos y estrategias. Elabora conjeturas sobre semejanzas y diferencias entre formas geométricas y las justifica usando ejemplos.

Interpreta datos y relaciones no explícitas de localización y movimiento de los objetos, con las formas geométricas bi y tridimensionales, su rotación, ampliación o reducción y determina en qué otras situaciones es aplicable. Expresa su comprensión utilizando lenguaje matemático sobre las propiedades de las formas bidimensionales o tridimensionales²; ángulos, superficies, volumen y capacidad; ampliaciones, reducciones, giros y la posición de un objeto en el plano cartesiano; Elabora diversas representaciones de una misma idea matemática, con gráficos y símbolos, relacionándolas entre sí. Elabora y ejecuta un plan orientado a experimentar o resolver problemas empleando estrategias heurísticas y procedimientos como: estimar y medir ángulos, calcular perímetro, superficie, capacidad y volumen seleccionando el instrumento y la unidad convencional pertinente; con apoyo de recursos. Compara los procedimientos y estrategias empleadas en distintas resoluciones. Elabora conjeturas sobre relaciones entre propiedades de las formas geométricas trabajadas y las justifica usando ejemplos o contraejemplos.

¹ Lados, caras, esquinas.

² Triángulos, cuadriláteros, ángulos, círculos, circunferencias, prismas y pirámides.

MAPA DE PROGRESO DE LA COMPETENCIA

Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de gestión de datos e incertidumbre

VI CICLO/ 1^o y 2^{do} de secundaria

Discrimina información e identifica relaciones no explícitas de situaciones referidas a atributos, localización y transformación de objetos, y los expresa con modelos referidos a formas bidimensionales compuestas, relaciones de paralelismo y perpendicularidad, posiciones y vistas de cuerpos geométricos³. Selecciona y usa el modelo más pertinente a una situación y comprueba si este le permitió resolverla. Expresa usando terminología, reglas y convenciones matemáticas su comprensión sobre: propiedades de: formas bidimensionales y tridimensionales⁴, ángulos, superficies y volúmenes, transformaciones geométricas; elaborando diversas representaciones de una misma idea matemática usando gráficos y símbolos; y las relaciona entre sí. Diseña y ejecuta un plan orientado a la investigación y resolución de problemas, empleando estrategias heurísticas y procedimientos como calcular y estimar medidas de ángulos y distancias en mapas, superficies bidimensionales compuestas y volúmenes usando unidades convencionales; rotar, ampliar, reducir formas o teselar un plano, con apoyo de diversos recursos. Evalúa ventajas y desventajas de las estrategias, procedimientos matemáticos y recursos usados. Formula y justifica conjeturas sobre relaciones entre propiedades de formas geométricas trabajadas; e identifica diferencias y errores en las argumentaciones de otros.

VII CICLO/ 3^o, 4^{to} y 5^o de secundaria

Relaciona datos de diferentes fuentes de información referidas a situaciones sobre formas, localización y desplazamiento de objetos, y los expresa con modelos referidos a formas poligonales, cuerpos geométricos compuestos o de revolución, relaciones métricas, de semejanza y congruencia, y razones trigonométricas. Analiza los alcances y limitaciones del modelo usado, evalúa si los datos y condiciones que estableció ayudaron a resolver la situación.. Expresa usando terminologías, reglas y convenciones matemáticas su comprensión sobre: relaciones entre las propiedades de: figuras semejantes y congruentes, superficies compuestas que incluyen formas circulares y no poligonales, volúmenes de cuerpos de revolución, razones trigonométricas. Elabora y relaciona representaciones de una misma idea matemática usando mapas, planos, gráficos, recursos y TIC. Diseña un plan de múltiples etapas orientadas a la investigación o resolución de problemas, empleando estrategias heurísticas, procedimientos como calcular y estimar medidas de ángulos, superficies bidimensionales compuestas y volúmenes usando unidades convencionales; establecer relaciones de inclusión entre clases para clasificar formas geométricas; con apoyo de diversos recursos y TIC. Juzga la efectividad de la ejecución o modificación de su plan. Formula conjeturas sobre posibles generalizaciones estableciendo relaciones matemáticas; justifica sus conjeturas o las refuta basándose en argumentaciones que expliciten puntos de vista opuestos e incluyan conceptos y propiedades matemáticas.

DESTACADO

Analiza datos de variadas fuentes de información, define las relaciones, restricciones de situaciones referidas a formas, localización y desplazamiento de objetos, y los expresa con modelos referidos a composición y transformación de forma bidimensionales, definición geométrica de la elipse e hipérbola. Formula modelos similares a los trabajados, y evalúa la pertinencia de la modificación de un modelo reconociendo sus alcances y limitaciones. Expresa usando terminologías, reglas y convenciones matemáticas, su comprensión sobre: relaciones entre propiedades de formas geométricas compuestas, transformaciones geométricas en el plano; Relaciona representaciones de ideas matemáticas e identifica la más óptima usando aplicaciones y entornos virtuales⁵. Diseña un plan orientado a la investigación o la solución de problemas, estrategias heurísticas o procedimientos de: usar o combinar propiedades y teoremas de formas geométricas, calcular volumen y superficie de sólidos de revolución compuestos, determinar equivalencias entre composiciones de transformaciones geométricas. Evalúa la eficacia del plan en función de la optimización de los recursos, procedimientos y estrategias que disponía. Formula hipótesis sobre generalizaciones y relaciones entre conceptos y procedimientos geométricos; y las justifica con demostraciones y a través de argumentos matemáticos para convencer a otros.

³ Prisma, pirámide, círculo, cilindro.

⁴ Polígonos, prisma, pirámide, círculo, cilindro, rectas paralelas, perpendiculares y secantes.

II CICLO/ 5 años

Identifica datos de situaciones de su interés y los registra con material concreto en listas, tablas de conteo y pictogramas¹. Expresa con sus propias palabras lo que comprende sobre la información contenida en las listas, tablas de conteo y pictogramas y la ocurrencia de sucesos cotidianos. Representa los datos empleando material concreto, listas, tablas de conteo o pictogramas. Propone acciones, estrategias o procedimientos propios para recopilar y registrar datos cualitativos con apoyo de material concreto. Explica el porqué de sus afirmaciones en base a su experiencia.

III CICLO/ 1.º y 2.º de primaria

Identifica datos en situaciones de su entorno familiar o de aula, los organiza en listas o tablas simples o de doble entrada y los expresa mediante pictogramas sin escala, gráficos de barras. Expresa empleando lenguaje cotidiano y algunos términos matemáticos, lo que comprende sobre: la información contenida en tablas simples, de doble entrada o gráficos, el significado de la posibilidad o imposibilidad de sucesos cotidianos, y preguntas para recoger datos. Propone y realiza una secuencia de acciones orientadas a experimentar o resolver un problema, empleando estrategias o procedimientos para recopilar, organizar y presentar datos, con apoyo de material concreto. Elabora supuestos referidos a características que se repiten en las actividades realizadas y los explica usando ejemplos similares.

IV CICLO/ 3.º y 4.º de primaria

Plantea relaciones entre los datos de situaciones de su entorno escolar, los organiza en tablas, barras simples, pictogramas con escalas o mediante la noción de moda. Describe con lenguaje matemático su comprensión sobre, la frecuencia y moda de un conjunto de datos, la comparación de datos en pictogramas o barras doble agrupadas, sucesos más o menos probables que otros. Elabora y emplea representaciones mediante gráficos de barras dobles o pictogramas, y símbolos. Propone y realiza una secuencia de acciones orientadas a experimentar o solucionar un problema empleando estrategias o procedimientos para recopilar datos cuantitativos y hallar el dato que más se repite; con apoyo de material concreto. Comprueba sus procedimientos y estrategias. Elabora conjeturas basadas en experiencias o relaciones entre datos y las explica o justifica usando ejemplos.

V CICLO/ 5.º y 6.º de primaria

Interpreta los datos en diversas situaciones, los organiza en tablas de frecuencia y los expresa mediante, variables cualitativas o cuantitativas discretas, la media aritmética o la probabilidad de un suceso. Determina en que otras situaciones son aplicables. Describe utilizando lenguaje matemático su comprensión sobre: las preguntas y posibles respuestas para una encuesta, la información contenida en tablas y gráficos, el significado de la media aritmética y la mediana de un grupo de datos, los resultados de una situación aleatoria y la probabilidad de un evento. Elabora y emplea diversas representaciones de datos mediante gráficos de líneas o de puntos y la probabilidad como fracción o cociente; relacionándolas entre sí. Elabora y ejecuta un plan orientado a recopilar datos a través de una encuesta, organizarlos y presentarlos; determinar la media; determinar todos los posibles resultados de un experimento aleatorio; calcular la probabilidad de un evento como una fracción; con apoyo de recursos. Compara los procedimientos y estrategias empleadas en distintas resoluciones. Establece conjeturas basadas en experiencias o relaciones entre datos y las justifica usando ejemplos o contraejemplos.

¹ Pictogramas sin escala.

² El estudiante indica intuitivamente si un suceso es más probable o menos probable que otro.

³ Pictogramas con escala.

Discrimina y organiza datos de diversas situaciones y los expresa mediante modelos que involucran, variables cualitativas, cuantitativas discretas y continuas, medidas de tendencia central y la probabilidad. Selecciona y usa el modelo más pertinente a una situación y comprueba si este le permitió resolverla. Expresa usando terminología, reglas y convenciones matemáticas su comprensión sobre: datos contenidos en tablas y gráficos estadísticos, la pertinencia de un gráfico a un tipo de variable y las propiedades básicas de probabilidades. Elabora y emplea diversas representaciones usando tablas y gráficos; relacionándolas entre sí. Diseña y ejecuta un plan orientado a la investigación y resolución de problemas, usando estrategias heurísticas y procedimientos matemáticos para recopilar y organizar datos cuantitativos discretos y continuos, calcular medidas de tendencia central, la dispersión de datos mediante el rango, determinar por extensión y comprensión sucesos simples y compuestos, y calcular la probabilidad mediante frecuencias relativas; con apoyo de material concreto y recursos TIC. Evalúa ventajas y desventajas de las estrategias, procedimientos matemáticos y recursos usados. Formula y justifica conjeturas referidas a relaciones entre los datos o variables contenidas en fuentes de información, observadas en situaciones experimentales; e identifica diferencias y errores en una argumentación.

Interpreta y plantea relaciones entre datos provenientes de diferentes fuentes de información, referidas a situaciones que demandan caracterizar un conjunto de datos, y los expresa mediante variables cualitativas o cuantitativas, desviación estándar, medidas de localización y la probabilidad de eventos. Analiza los alcances y limitaciones del modelo usado, evalúa si los datos y condiciones que estableció ayudaron a resolver la situación. Expresa usando terminologías, reglas y convenciones matemáticas su comprensión sobre relaciones entre: población y muestra, un dato y el sesgo que produce en una distribución de datos, y espacio muestral y suceso, así como el significado de la desviación estándar y medidas de localización. Realiza y relaciona diversas representaciones de un mismo conjunto de datos seleccionando la más pertinente. Diseña y ejecuta un plan de múltiples etapas para investigar o resolver problemas, usando estrategias heurísticas y procedimientos matemáticos de recopilar y organizar datos, extraer una muestra representativa de la población, calcular medidas de tendencia central y la desviación estándar y determinar las condiciones y restricciones de una situación aleatoria y su espacio muestral; con apoyo de diversos recursos y TIC. Juzga la efectividad de la ejecución o modificación de su plan. Formula conjeturas⁴ sobre posibles generalizaciones en situaciones experimentales estableciendo relaciones matemáticas; las justifica o refuta basándose en argumentaciones que expliciten sus puntos de vista e incluyan conceptos y propiedades de los estadísticos..

Analiza datos de variadas fuentes de información, define las variables, relaciones o restricciones de situaciones referidas a caracterizar un conjunto de datos, y expresarlos mediante coeficiente de variación y probabilidad condicional. Formula modelos similares a los trabajados, y evalúa la pertinencia de la modificación de un modelo reconociendo sus alcances y limitaciones. Expresa usando lenguaje matemático su comprensión sobre las relaciones entre medidas descriptivas, el significado del coeficiente de variación, y la probabilidad condicional. Relaciona representaciones de ideas matemáticas e identifica la representación más óptima. Diseña y ejecuta un plan orientado a la investigación o resolución de problemas, usando un amplio repertorio de recursos TIC, estrategias heurísticas y procedimientos de: recopilar y organizar datos de diversas variables, aplicar técnicas de muestreo, extraer la muestra aleatoria de la población y calcular la probabilidad condicional. Evalúa la eficacia del plan en función de la optimización de los recursos, procedimientos y estrategias que utilizó. Formula hipótesis sobre generalizaciones y relaciones entre conceptos y procedimientos de diferentes dominios de la matemática, y las justifica con demostraciones y a través de argumentos matemáticos para convencer a otros.

⁴ Tener en cuenta que el razonamiento probabilístico y estadístico no es exacto como en matemáticas. Por lo tanto, en general las conjeturas que se puedan establecer no serán demostradas con rigor, serán afirmaciones con un grado de validez, porque se trata de elegir representantes de un sistema de datos (media, mediana, moda), o cuantificar la posibilidad (probabilidad teórica, empírica, etc.) pero que detrás de ello está la noción de incertidumbre.